Sistemas Elétricos de Potência

1. Sistemas Trifásicos

Professor: Dr. Raphael Augusto de Souza Benedito

E-mail:raphaelbenedito@utfpr.edu.br

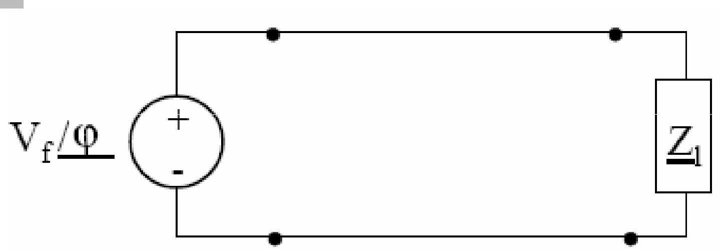
disponível em: http://paginapessoal.utfpr.edu.br/raphaelbenedito

Conteúdo

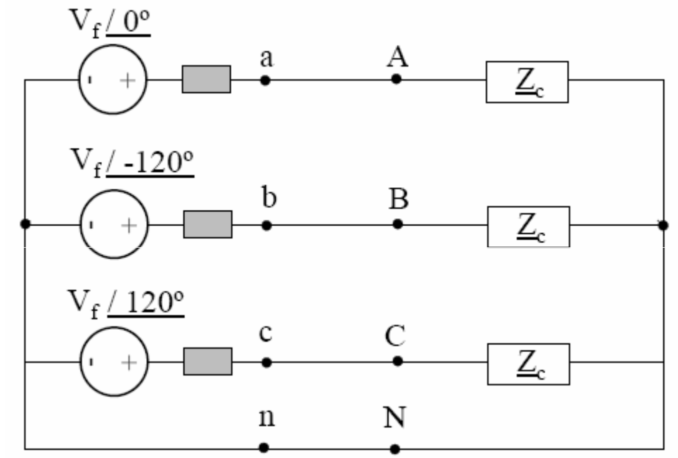
1. Introdução
2. Tensões Trifásicas Simétricas
3. Cargas Trifásicas Equilibradas
4. Tipos de Configurações Trifásicas
    - Configuração estrela-estrela
    - Configuração estrela-triângulo
5. Potência Trifásica em um Sistema Balanceado
6. Sistemas Trifásicos desbalanceados
7. Medição de Potência Trifásica

Introdução

- Sistemas elétricos em Corrente Alternada (CA):



(a)



(b)

Figura 1: Sistemas elétricos: a) monofásico; b) polifásico trifásico

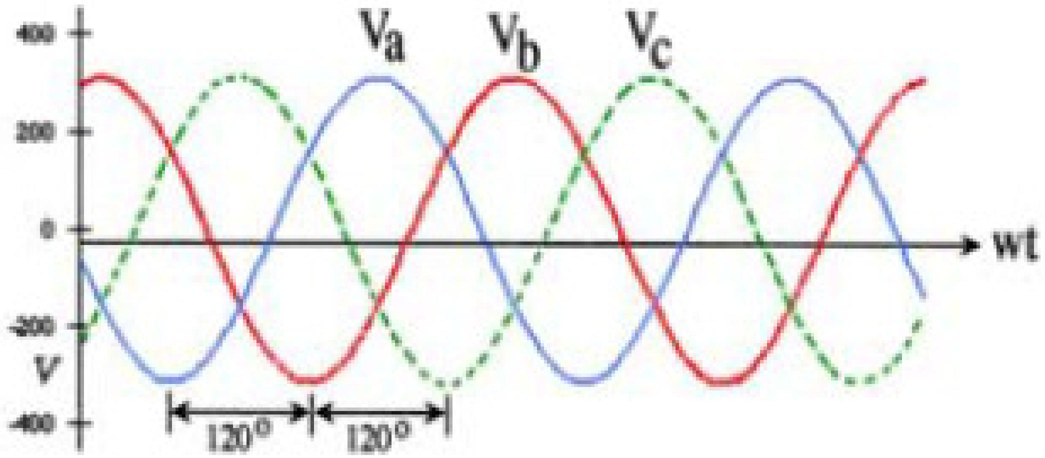
- Definição de sistemas trifásicos: Sistemas elétricos nos quais as fontes CA das três fases operam a mesma freqüência e amplitude, mas defasadas eletricamente pelo mesmo ângulo de 120º.

Tensões Trifásicas Simétricas

- Tensões de fase com mesma amplitude e freqüência

- Tensões defasadas em 120 graus

Tensões trifásicas simétricas



Introdução

Vantagens dos Sistemas Trifásicos (3Ø):

- A potência de geradores 3Ø é maior que a de geradores C.A. 1Ø e em Corrente Contínua;

- Uma linha de transmissão 3Ø consegue transportar 3 vezes mais potência ativa que uma linha monofásica com o mesmo nível de tensão;

- Maior flexibilidade de utilização que os sistemas CC e outros sistemas C.A. polifásicos.

- A potência instantânea em um sistema 3Ø pode ser constante, acarretando menos vibrações em máquinas 3Ø.

Tensões Trifásicas Simétricas

Tensões trifásicas são produzidas por um gerador CA de três fases, basicamente constituído por:

- imã que gira ou rotor;

- enrolamento estacionário ou estator.

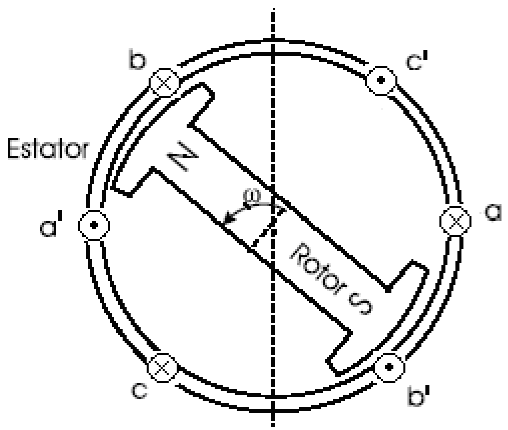
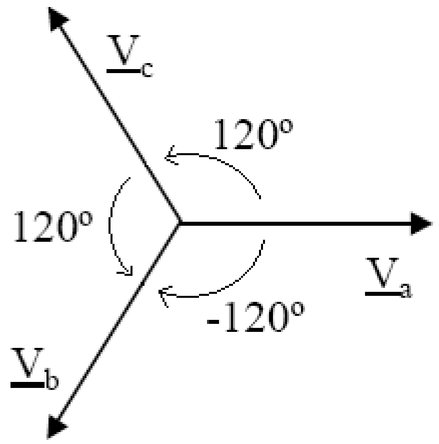


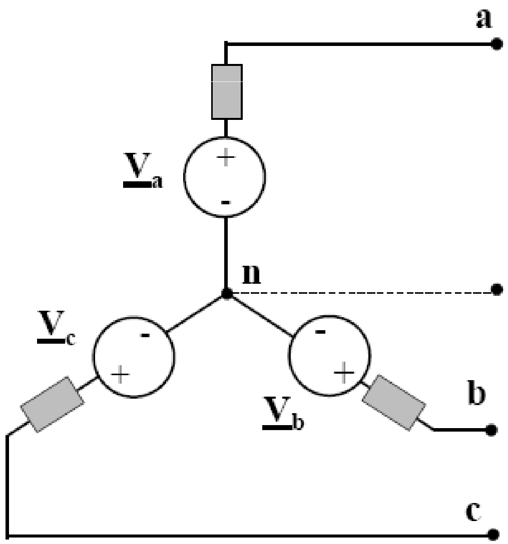
Figura 2: Gerador trifásico



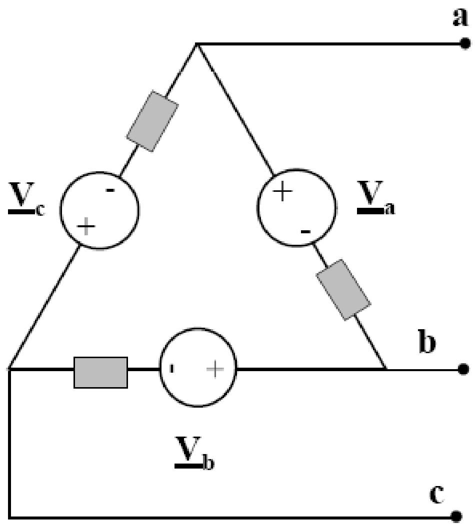
Tensões Trifásicas Simétricas

Possíveis conexões das fontes de tensão:

Estrela ou Y



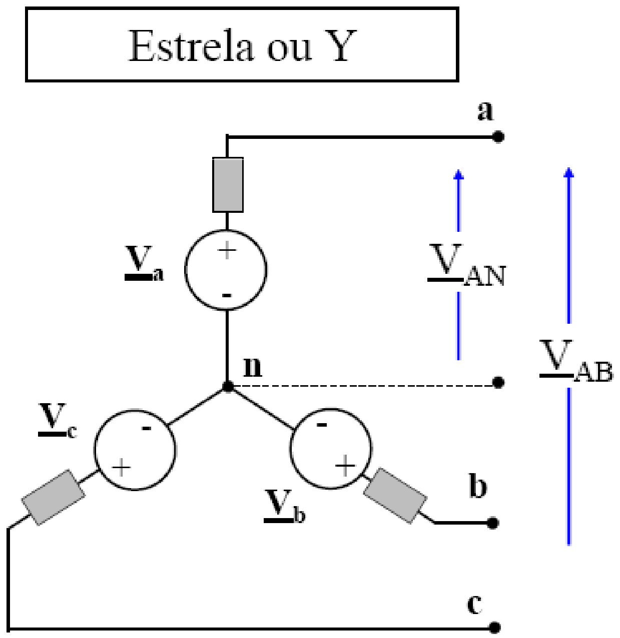
Triângulo ou Δ



- impedância do enrolamento

Tensões Trifásicas Simétricas

Tensões de fase e tensões de linha



$\underline{V}_{AN}$, $\underline{V}_{BN}$, $\underline{V}_{CN}$ — Tensões de fase

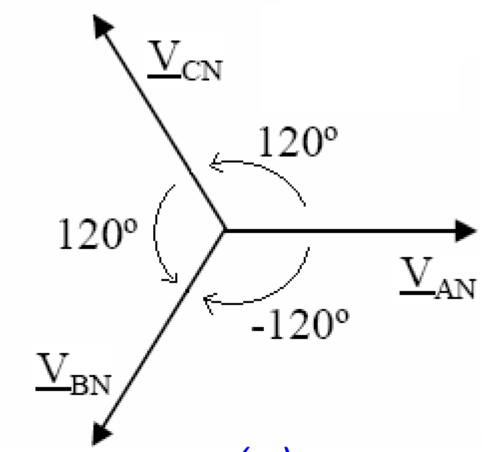
$\underline{V}_{AB}$, $\underline{V}_{BC}$, $\underline{V}_{CA}$ — Tensões de linha

Tensões Trifásicas Simétricas

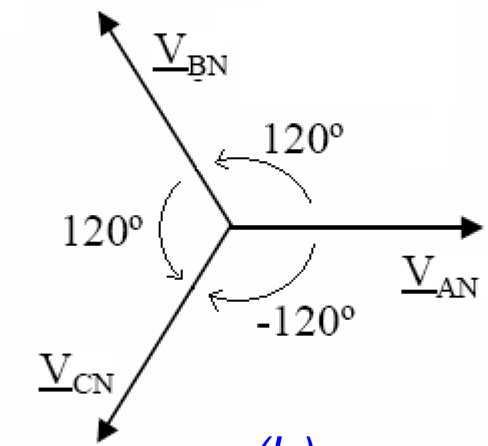
Seqüências de fase

$$\left.\begin{aligned}\underline{V}_{AN} &= V_m \underline{/\ 0^o}\\ \underline{V}_{BN} &= V_m \underline{/\ -120^o}\\ \underline{V}_{CN} &= V_m \underline{/\ 120^o}\end{aligned}\right\}\ \text{Sequência positiva}$$

$$\left.\begin{aligned}\underline{V}_{AN} &= V_m \underline{/\ 0^o}\\ \underline{V}_{CN} &= V_m \underline{/\ -120^o}\\ \underline{V}_{BN} &= V_m \underline{/\ 120^o}\end{aligned}\right\}\ \text{Sequência negativa}$$



(a)



(b)

Figura 3: Sequências de fase: a) positiva ou abc; b)negativa ou acb

Tensões Trifásicas Simétricas

Seqüências de fase

Definição formal:

- É a ordem no tempo na qual as tensões passam por seus respectivos valores máximos

Importância:

- Por exemplo: determina a direção de rotação de uma motor de indução conectado à fonte de tensão trifásica

Tensões Trifásicas Simétricas

Ex: considerando qualquer uma das seqüências, quanto vale a soma das três tensões trifásicas ?

$$\underline{V}_{AN} + \underline{V}_{BN} + \underline{V}_{CN} = ?$$

$$= V_m \underline{/\ 0^o} + V_m \underline{/\ \text{-}120^o} + V_m \underline{/\ 120^o}$$

$$= (Vm + j0) + Vm(-0.5 - j0.866) + Vm(-0.5 + j0.866)$$

$$= 0 + j0 = 0$$

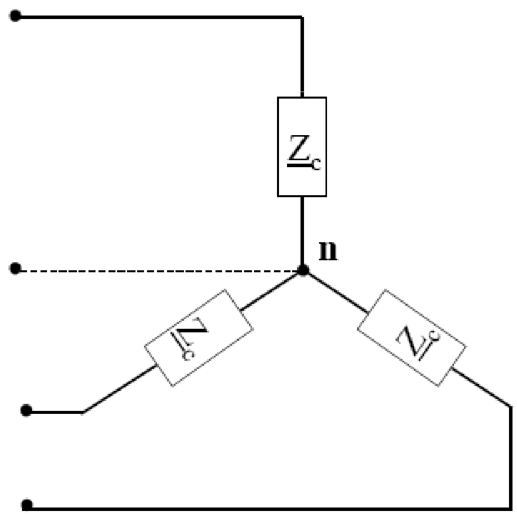
Logo,

$$\boxed{\underline{V}_{AN} + \underline{V}_{BN} + \underline{V}_{CN} = 0}$$

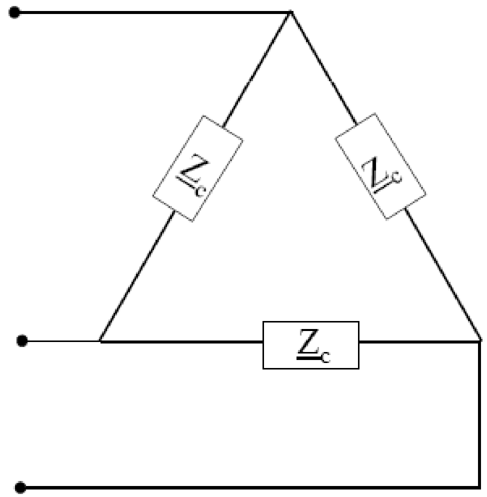
Cargas Trifásicas Balanceadas

Possíveis conexões de uma carga trifásica:

Estrela ou Y



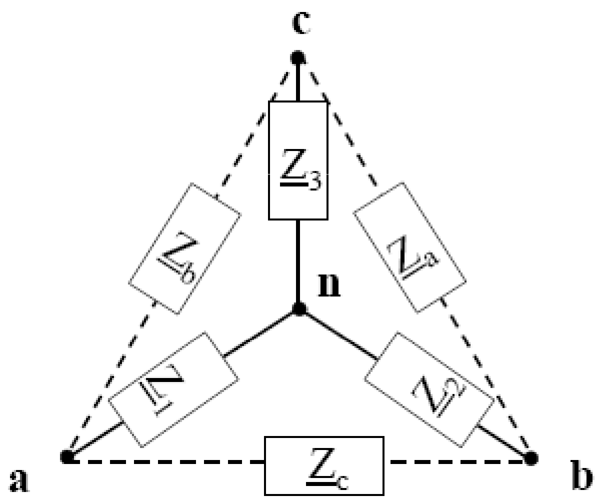
Triângulo ou Δ



Carga balanceada: é aquela na qual as impedâncias de fase são iguais em amplitude e fase

Cargas Trifásicas Balanceadas

Transformação triângulo – estrela:



$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_b\underline{Z}_c}{\underline{Z}_a + \underline{Z}_b + \underline{Z}_c}$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_a\underline{Z}_c}{\underline{Z}_a + \underline{Z}_b + \underline{Z}_c}$$

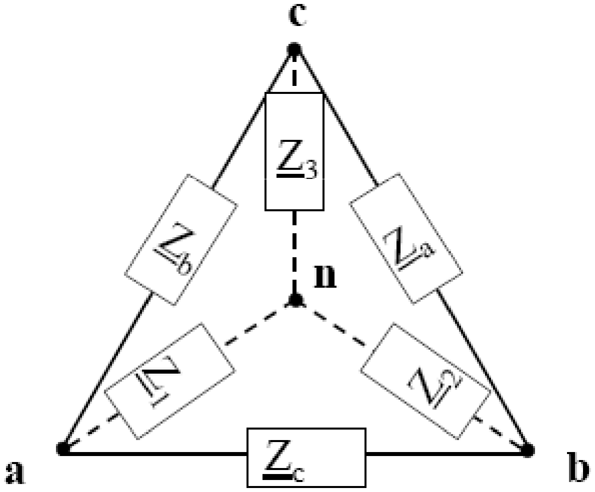
$$\underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_a\underline{Z}_b}{\underline{Z}_a + \underline{Z}_b + \underline{Z}_c}$$

Para cargas balanceadas, temos que:

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\Delta \quad \Rightarrow \quad \underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}_y = 1/3\ \underline{Z}_\Delta$$

Cargas Trifásicas Balanceadas

Transformação estrela – triângulo:



$$\underline{Z}_a = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_1\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1}$$

$$\underline{Z}_b = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_1\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2}$$

$$\underline{Z}_c = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_1\underline{Z}_3}{\underline{Z}_3}$$

Para cargas balanceadas, temos que:

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}_y \Rightarrow \underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\Delta = 3\,\underline{Z}_y$$

Cargas Trifásicas Balanceadas

Notas:

- É mais comum uma carga balanceada estar ligada em triângulo do que em estrela, devido a facilidade de adicionar/remover cargas de cada fase em uma carga conectada em triângulo. Numa ligação em estrela, o neutro pode não estar acessível;

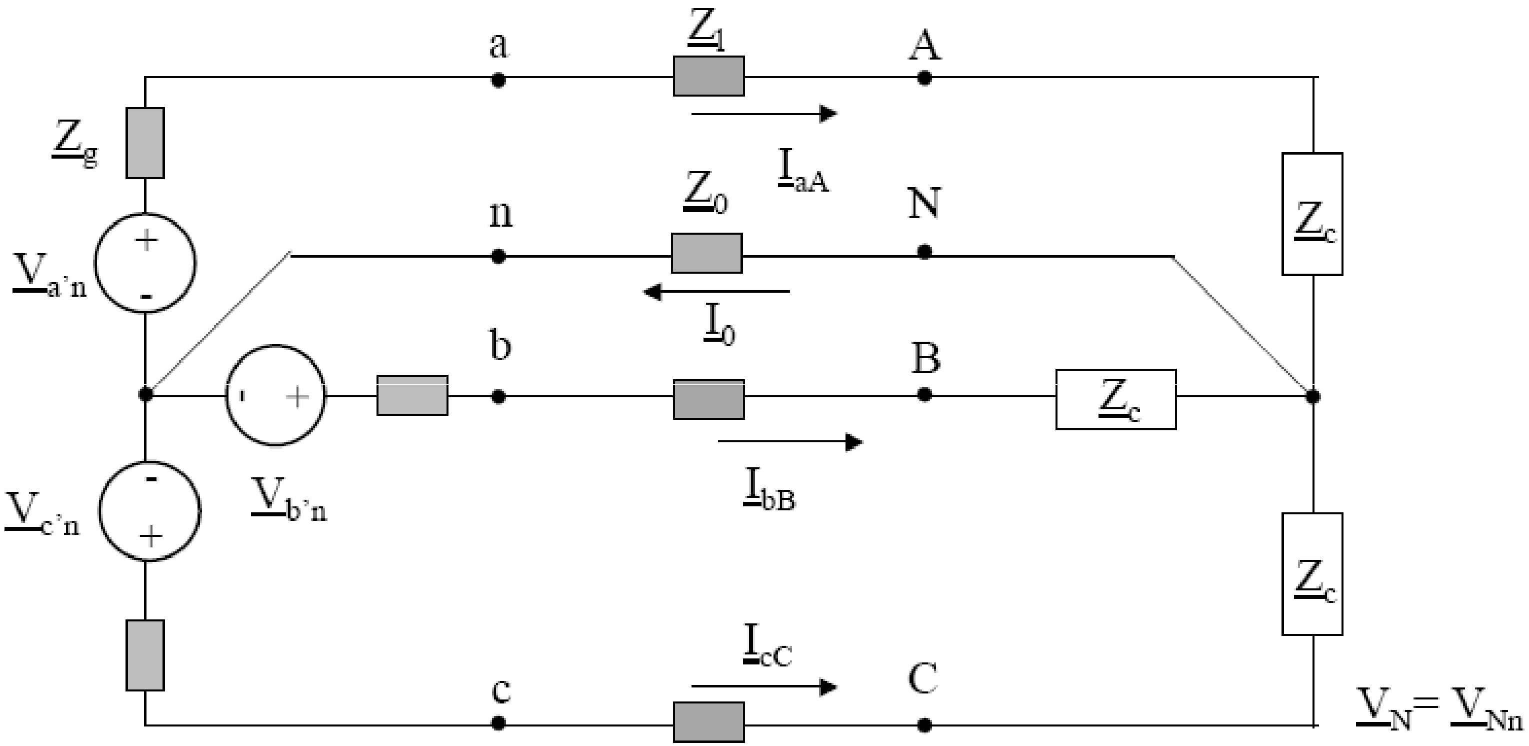
- As fontes ligadas em triângulo não são tão comuns na prática, pois uma corrente pode circular na malha triângulo se as tensões das 3 fases estiverem ligeiramente desbalanceadas.

Tipos de Configurações Trifásicas

Como tanto a fonte trifásica quanto a carga trifásica podem estar conectadas em estrela ou triângulo, existem quatro tipos de configurações (conexões):

- Configuração Y – Y;
- Configuração Y – Δ;
- Configuração Δ – Δ;
- Configuração Δ – Y;

Configuração Estrela-Estrela



$\underline{Z}_g$ - impedância do enrolamento

$\underline{Z}_l$ - impedância da linha de transmissão

Z_0 - impedância do neutro

Z_c- impedância da carga

Figura 4: Conexão Y-Y balanceado

Configuração Estrela-Estrela

sendo $\underline{Z}_y = \underline{Z}_g + \underline{Z}_l + \underline{Z}_c$ temos o seguinte sistema simplificado:

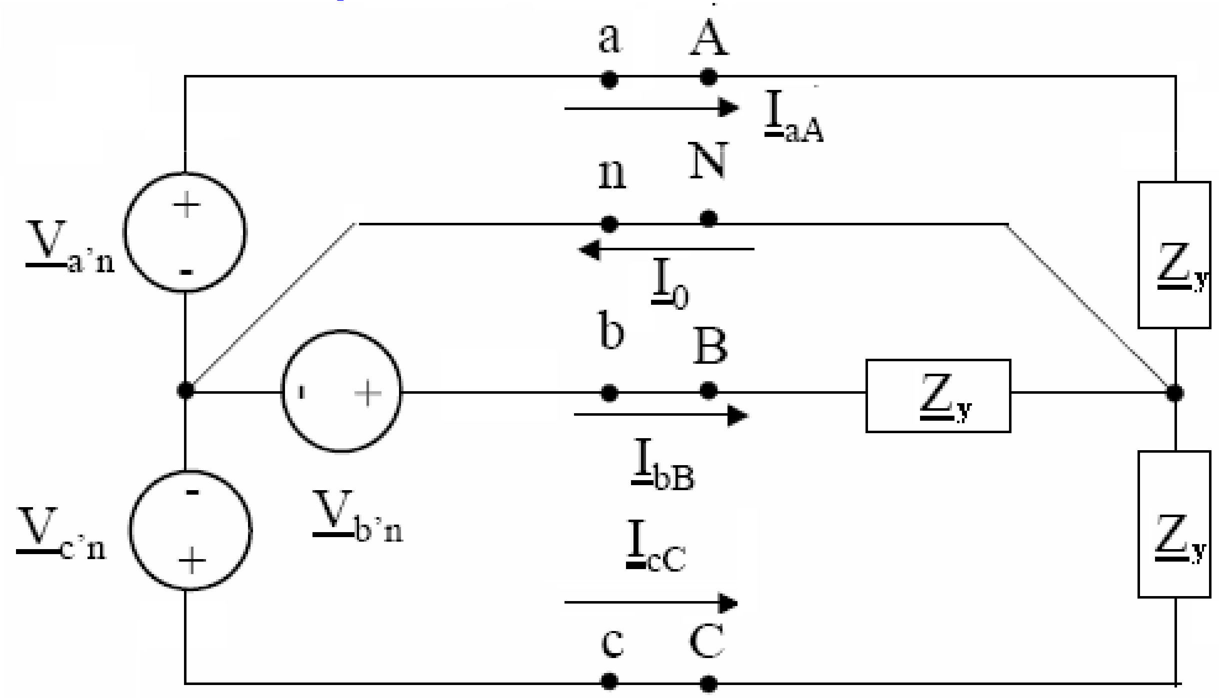


Figura 5: Conexão Y-Y simplificado

Configuração Estrela-Estrela

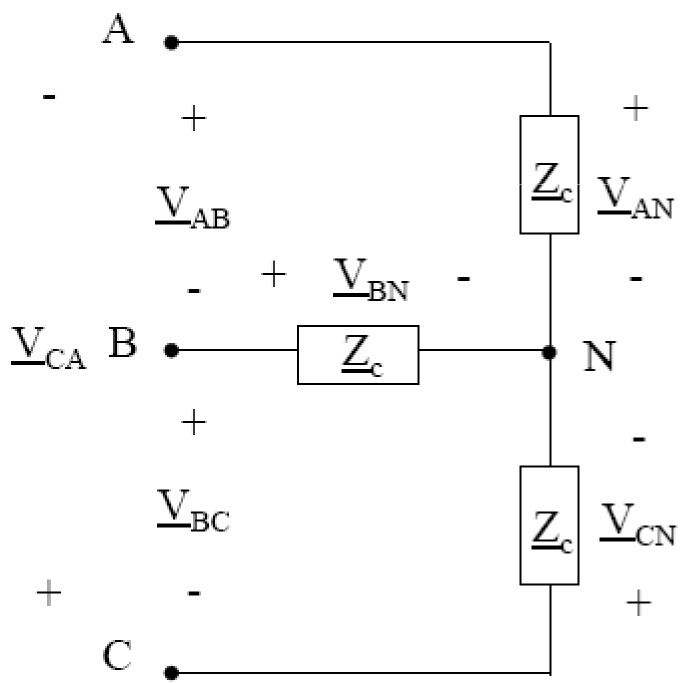
Tensões de fase e linha sobre a carga:

Tensões de fase

$$\underline{V}_{AN} = V_0 \underline{/ 0^o}$$
$$\underline{V}_{BN} = V_0 \underline{/ -120^o}$$
$$\underline{V}_{CN} = V_0 \underline{/ 120^o}$$

Tensões de linha

$$\underline{V}_{AB} = \underline{V}_{AN} - \underline{V}_{BN} = \sqrt{3}\, V_0 \underline{/ 30^o}$$
$$\underline{V}_{BC} = \underline{V}_{BN} - \underline{V}_{CN} = \sqrt{3}\, V_0 \underline{/ -90^o}$$
$$\underline{V}_{CA} = \underline{V}_{CN} - \underline{V}_{AN} = \sqrt{3}\, V_0 \underline{/ 150^o}$$



Configuração Estrela-Estrela

Tensões de fase e linha sobre a carga:

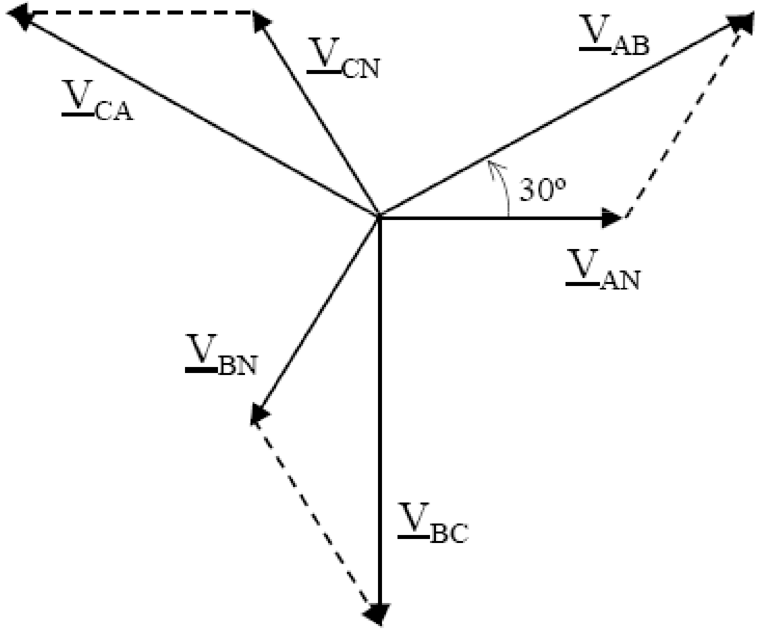


Figura 6: Diagrama fasorial ilustrando as relações entre as tensões de linha e tensões de fase

Configuração Estrela-Estrela

Correntes de fase e de linha:

$\underline{I}_{aA}$ - corrente na linha $=$ $\underline{I}_{A}$ corrente na fase

$$\underline{I}_{A} = \underline{V}_{AN} / \underline{Z}_c = V_0 \underline{/\ 0^o} \ / \ \underline{Z}_c$$

$$\underline{I}_{B} = \underline{V}_{BN} / \underline{Z}_c = V_0 \underline{/\ -120^o} \ / \ \underline{Z}_c = \underline{I}_{A} \underline{/\ -120^o}$$

$$\underline{I}_{C} = \underline{V}_{CN} / \underline{Z}_c = V_0 \underline{/\ 120^o} \ / \ \underline{Z}_c = \underline{I}_{A} \underline{/\ 120^o}$$

logo

$$\boxed{\underline{I}_{A} + \underline{I}_{B} + \underline{I}_{C} = 0}$$

$$\underline{I}_{N} = -(\underline{I}_{A} + \underline{I}_{B} + \underline{I}_{C}) = 0$$

Como a corrente de neutro é nulo e a tensão também, a linha do neutro pode ser retirada sem afetar o sistema

Configuração Estrela-Estrela

<u>Exercício 1</u>: Calcule as correntes de linha no sistema Y-Y a três fios da figura 7 a seguir:

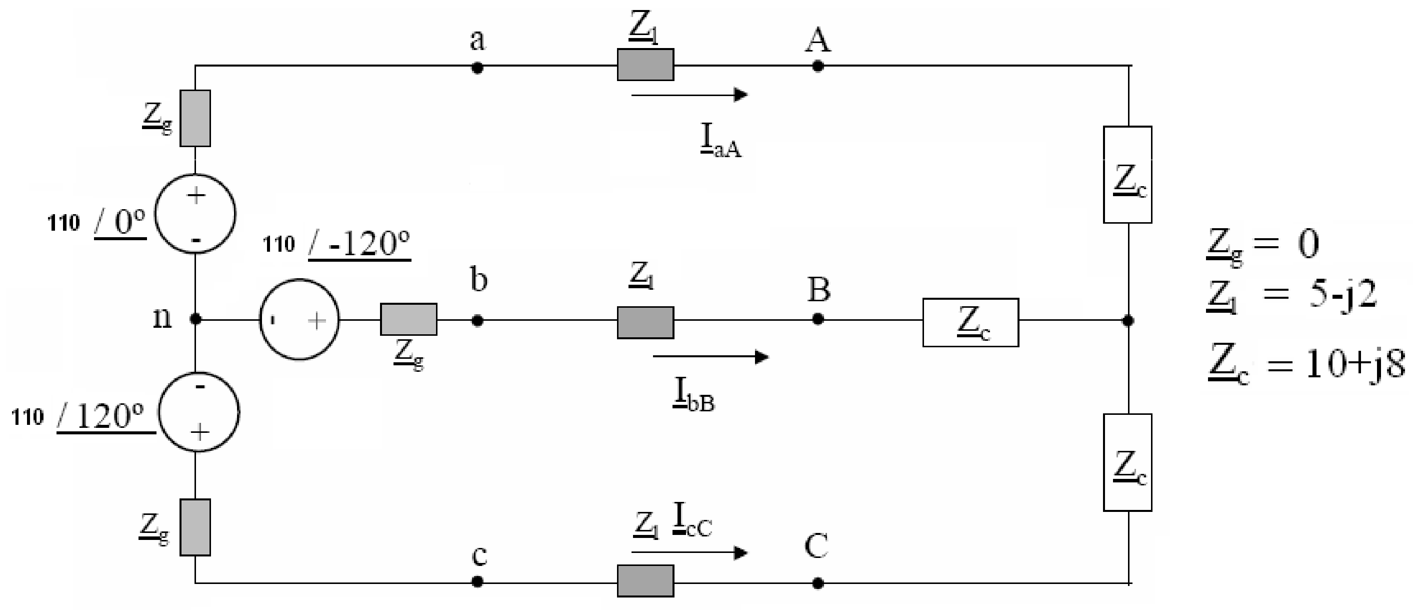


Figura 7: Sistema Y-Y a três fios

Configuração Estrela-Estrela

Exercício 1: (solução)

Como o circuito é trifásico e balanceado, basta analisarmos apenas uma fase:

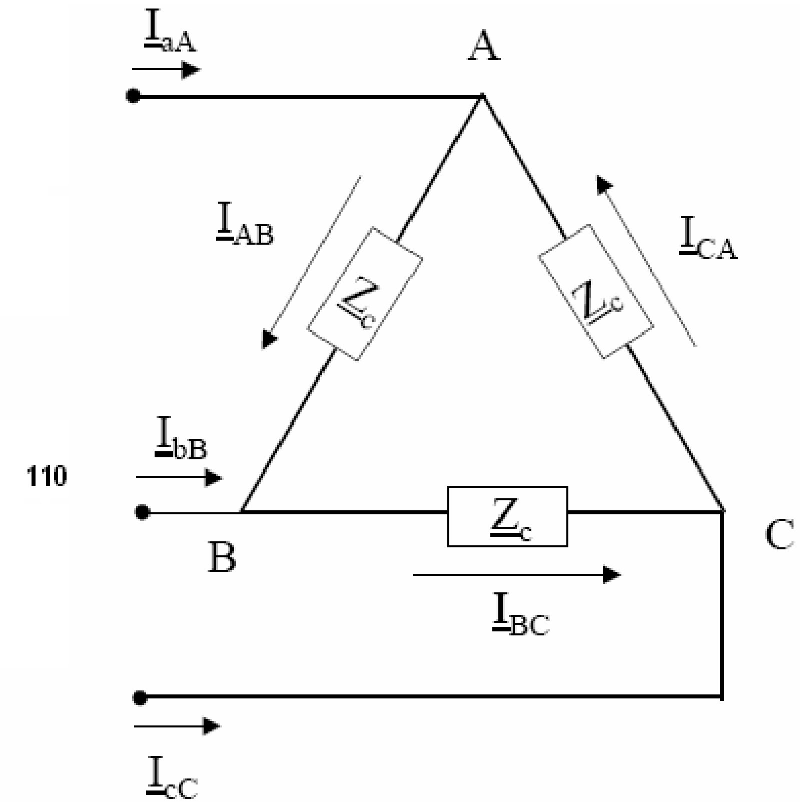
$$Zy = (5 - j2) + (10 + j8) = 15 + j6 = 16.155\angle 21.8$$

$$Ia = (110\angle 0)/(16.155\angle 21.8) = 6.81\angle -21.8$$

$$Ib = Ia\angle -120 = 6.81\angle -141.8$$

$$Ic = Ia\angle 120 = 6.81\angle 98.2$$

Configuração Estrela-Triângulo



$\underline{I}_{aA}$, $\underline{I}_{bB}$, $\underline{I}_{cC}$ - corrente na linha

$\underline{I}_{AB}$, $\underline{I}_{BC}$, $\underline{I}_{CA}$ - corrente na fase

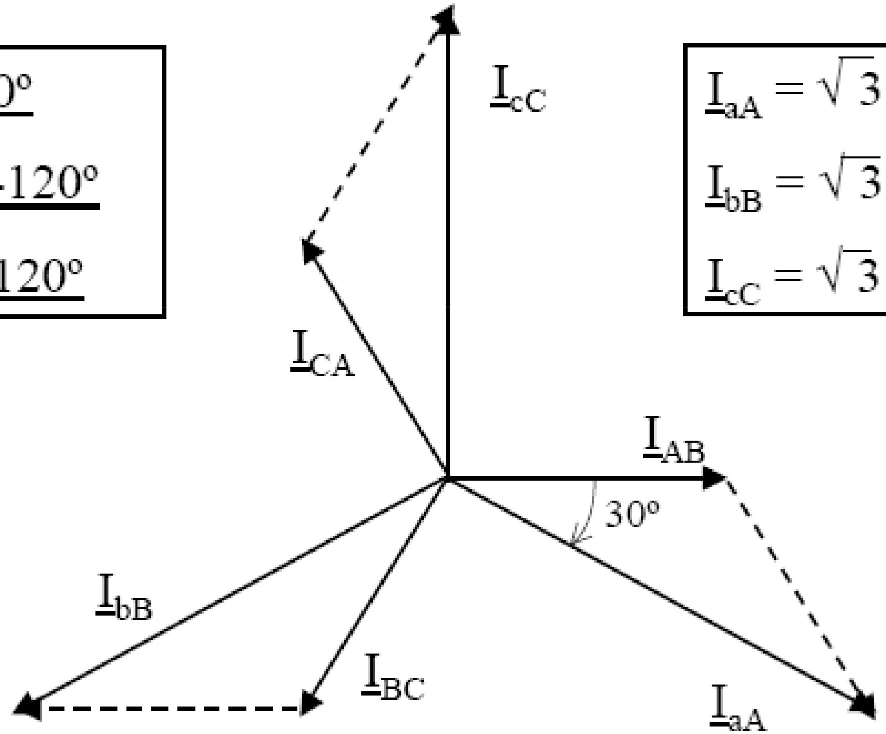
$$\underline{I}_{aA} = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}$$
$$\underline{I}_{bB} = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}$$
$$\underline{I}_{cC} = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}$$

Configuração Estrela-Triângulo

$\underline{I}_{AB} = I_0 \,\underline{/\ 0^o}$

$\underline{I}_{BC} = I_0 \,\underline{/\ -120^o}$

$\underline{I}_{CA} = I_0 \,\underline{/\ 120^o}$



$\underline{I}_{aA} = \sqrt{3}\ I_0 \,\underline{/\ -30^o}$

$\underline{I}_{bB} = \sqrt{3}\ I_0 \,\underline{/\ -150^o}$

$\underline{I}_{cC} = \sqrt{3}\ I_0 \,\underline{/\ 90^o}$

Figura 8: Diagrama fasorial ilustrando as relações entre as correntes de linha e correntes de fase

Configuração Estrela-Triângulo

Exercício 2: Uma fonte balanceada, com seqüência abc, conectada em Y, com $Van = 100\angle 10V$ é conectada a uma carga balanceada conectada em Δ de $(8 + j4)\Omega$ por fase. Calcule as correntes de linha e fase:

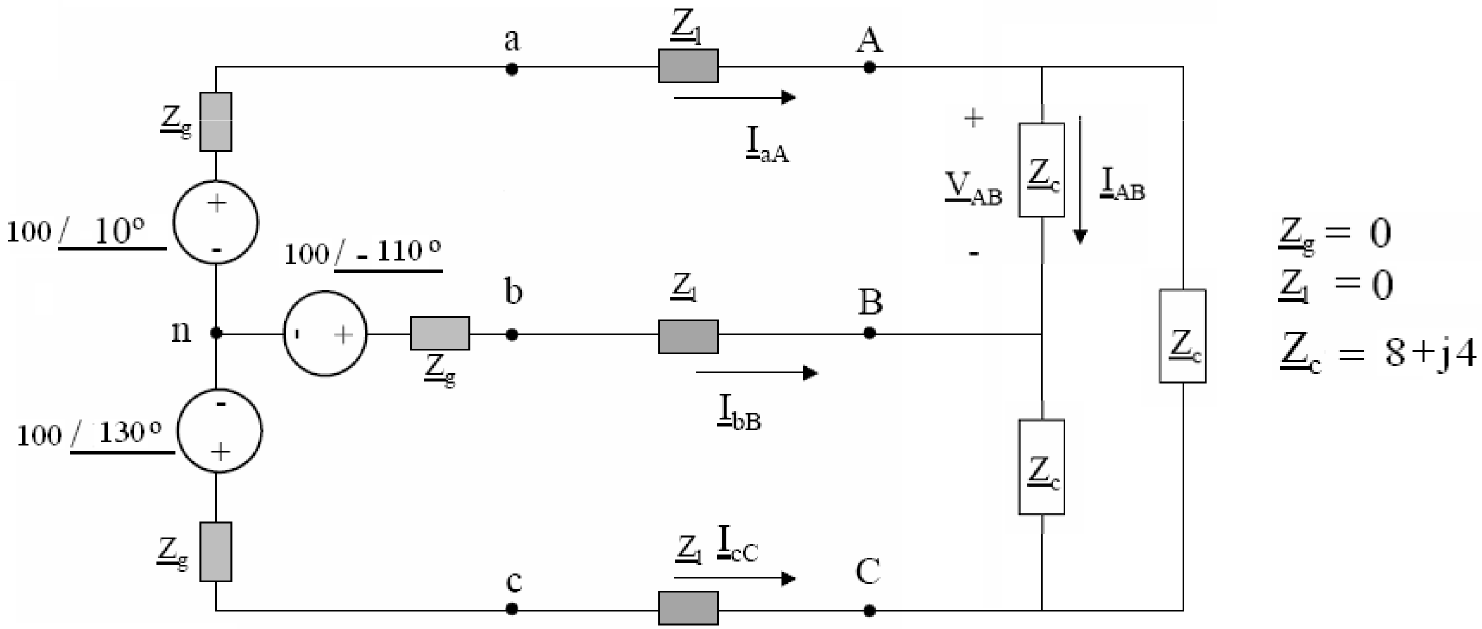


Figura 9: Sistema Y-Δ

Configuração Estrela-Triângulo

solução ex.2:

- como a tensão de fase é $Van = 100\angle 10V$ então, a tensão de linha é $Vab = Van\sqrt{3}\angle 30 = 100\sqrt{3}\angle(10+30) = V_{AB}$

ou $V_{AB} = (173.2\angle 40)V$

- com isso, as correntes de fase são calculadas:

$$I_{AB} = V_{AB} / Z_{\Delta} = (173.2\angle 40)/(8+j4) = (19.36\angle 13.43)A$$

$$I_{BC} = (19.36\angle -106.57)A$$

$$I_{CA} = (19.36\angle 133.43)A$$

- as correntes de linha são:

$$Ia = I_{AB}\sqrt{3}\angle -30 = \sqrt{3}(19.36)\angle(13.43-30) = 33.53\angle(-16.57)A$$

$$Ib = Ia\angle -120 = 33.53\angle(-136.57)A$$

$$Ic = Ia\angle 120 = 33.53\angle(103.43)A$$

Resumo das tensões/correntes de fase e linha para sistemas balanceados

Tabela 1: Valores de tensões e correntes para cada conexão

Sequência de fases positiva		Tensão		Corrente	
		fase	entre linhas	linha	carga
Y – Y	Fonte	$\underline{V}_{an}$, ...	$\underline{V}_{ab} = \sqrt{3}\underline{/30^\circ}\,\underline{V}_{an}$, ...	$\underline{I}_{aA}$, ...	-
	Carga	$\underline{V}_{AN}$, ...	$\underline{V}_{AB} = \sqrt{3}\underline{/30^\circ}\,\underline{V}_{AN}$, ...	-	$\underline{I}_{aA}$, ...
Y - Δ	Fonte	$\underline{V}_{an}$, ...	$\underline{V}_{ab} = \sqrt{3}\underline{/30^\circ}\,\underline{V}_{an}$, ...	$\underline{I}_{aA}=\sqrt{3}\underline{/-30^\circ}\,\underline{I}_{AB}$, ...	-
	Carga	-	$\underline{V}_{AB}$, ...	-	$\underline{I}_{AB}$, ...

Potência Trifásica em um Sistema Balanceado

Cargas em estrela

$\underline{V}_{AN} = V_f \underline{/\theta v}$ $\underline{I}_{aA} = I_L \underline{/\theta i}$

$P_{fase} = |\underline{V}_{AN}||\underline{I}_{aA}| \cos \varphi, \quad \varphi = \theta v - \theta i$

$= (V_L/\sqrt{3}) I_L \cos \varphi$

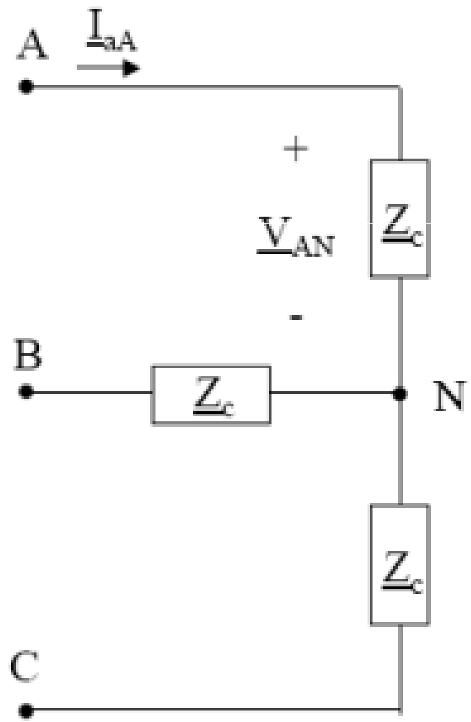
V_L = |tensão fase-fase |., I_L = |corrente na linha|

$Q_{fase} = |\underline{V}_{AN}||\underline{I}_{aA}| \text{sen } \varphi$

$\underline{S}_{fase} = \underline{V}_{AN} \underline{I}_{aA}^{*} = P_{fase} + jQ_{fase}$

$P_{total} = 3P_{fase} = \sqrt{3}\, V_L I_L \cos\varphi$

$\underline{S}_{total} = 3\underline{S}_{fase} = \sqrt{3}\, V_L I_L \underline{/\varphi}$



Potência Trifásica em um Sistema Balanceado

Cargas em triângulo

$\underline{V}_{AB} = V_L \underline{/\theta v}$ $\quad \underline{I}_{AB} = I_f \underline{/\theta i}$

$P_{fase} = |\underline{V}_{AB}||\underline{I}_{AB}|\cos\varphi, \quad \varphi = \theta v - \theta i$

$= V_L (I_L / \sqrt{3}) \cos\varphi$

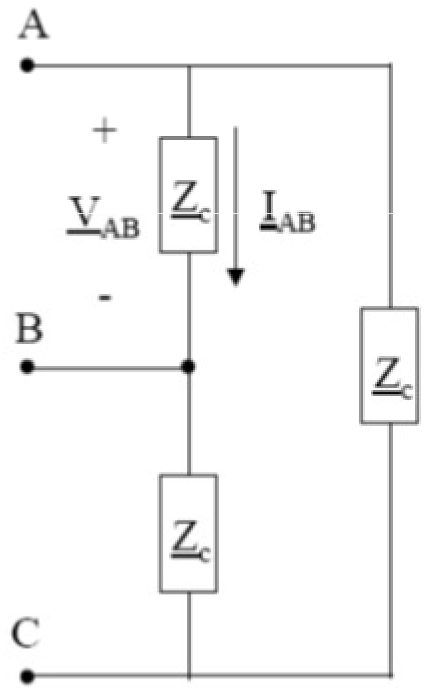
$V_L = |\text{tensão fase-fase}|, \; I_L = |\text{corrente na linha}|$

$Q_{fase} = |\underline{V}_{AB}||\underline{I}_{AB}| \operatorname{sen}\varphi$

$\underline{S}_{fase} = \underline{V}_{AB}\, \underline{I}_{AB}^{*} = P_{fase} + jQ_{fase}$

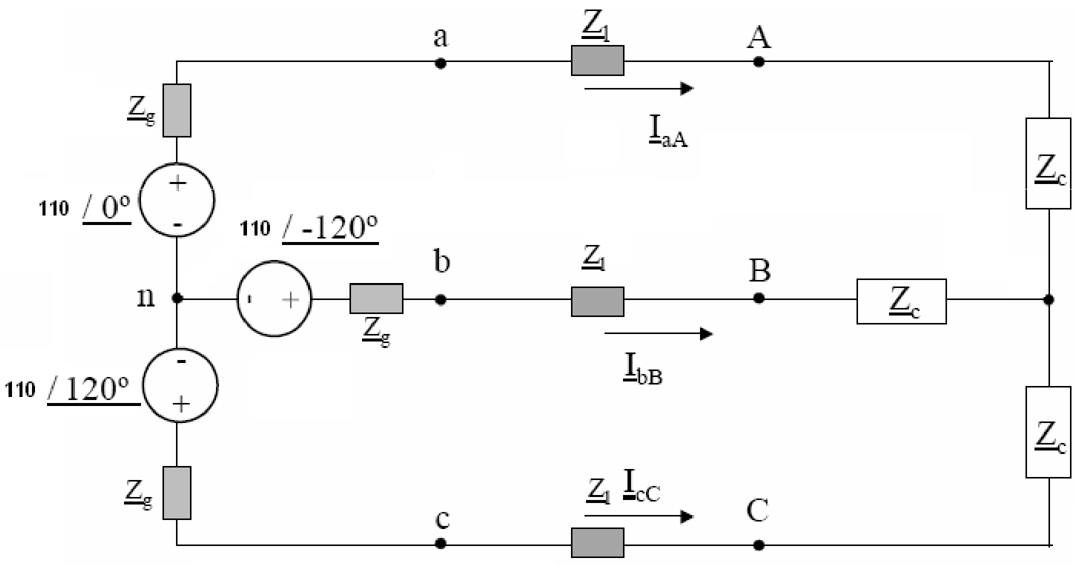
$P_{total} = 3P_{fase} = \sqrt{3}\, V_L I_L \cos\varphi$

$\underline{S}_{total} = 3\underline{S}_{fase} = \sqrt{3}\, V_L I_L \underline{/\varphi}$



Potência Trifásica em um Sistema Balanceado

Exercício 3: Em relação ao circuito da Fig.7 (ex.1), determine a potência média total, a potência reativa e a potência complexa na fonte e na carga.



$Z_g = 0$

$Z_l = 5\text{-}j2$

$Z_c = 10+j8$

Figura 11: Sistema Y-Y a três fios

Potência Trifásica em um Sistema Balanceado

solução ex.3:

Como o sistema é balanceado, é suficiente considerar apenas uma fase. Para a fase *a*, temos:

$$\boxed{V_{aN} = 110\angle 0 \ V} \qquad \boxed{I_{aA} = 6.81\angle -21.8 \ A}$$

Logo, a potência complexa na **fonte** é:

$$S_{fonte} = 3 \cdot V_{aN} \cdot I_{aA}^{*} = 3 \cdot (110\angle 0) \cdot (6.81\angle -21.8)^{*}$$

$$= 2247\angle 21.8 = (2087 + j \cdot 834.6) \ VA$$

A potência média ou real da fonte é 2087 W e a potência reativa é 834.6 VAR.

Na **carga**, a potência complexa é:

$$S_L = 3 \cdot V_{AN} \cdot I_a^{*} = 3 \cdot |I_a|^2 \cdot Z_c$$

$$= 3 \cdot (6.81)^2 \cdot (10 + j \cdot 8) = 1782\angle 38.66 = (1392 + j \cdot 1113) \ VA$$

A potência média absorvida é 1392 W e a potência reativa é 1113 VAR.

Sistemas Trifásicos Desbalanceados

Sistema desbalanceado:

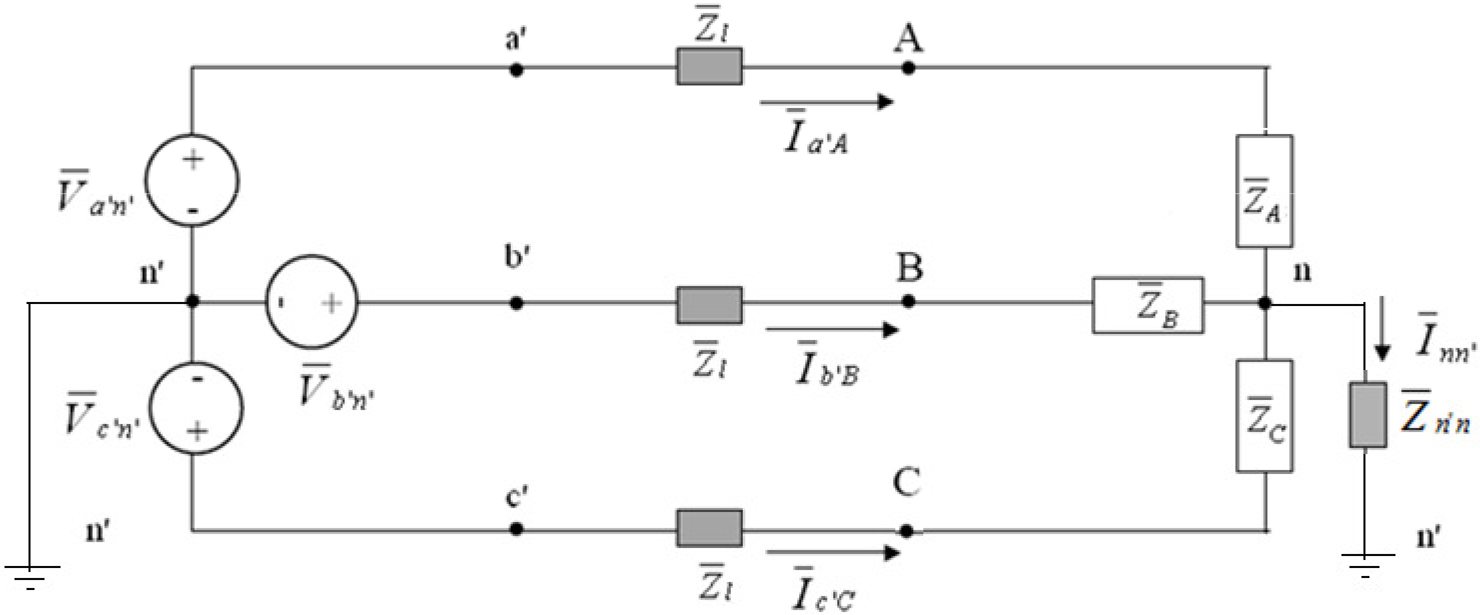
- As impedâncias das linhas (transmissão) não são iguais em módulo ou fase.

- As impedâncias das cargas não são iguais em módulo ou fase.

- É resolvido pela aplicação direta da análise de malha ou nodal.

Sistemas Trifásicos Desbalanceados

Sistema com fontes simétricas mas cargas desbalanceadas ($\underline{Z}_A$, $\underline{Z}_B$ e $\underline{Z}_C$ são diferentes)

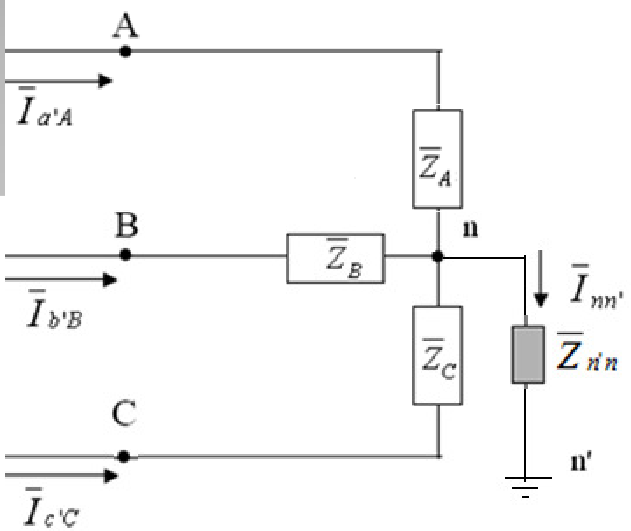


Três situações:

- Impedância de aterramento nula (centro-estrela solidamente aterrado);
- Impedância de aterramento diferente de zero;
- Centro-estrela isolado.

Sistemas Trifásicos Desbalanceados

Sistema com fontes simétricas mas cargas desbalanceadas ($\underline{Z}_A$, $\underline{Z}_B$ e $\underline{Z}_C$ são diferentes)



- Correntes de linha:

$$\underline{I}_{a'A} = \frac{\underline{V}_{An}}{\underline{Z}_A}, \quad \underline{I}_b = \frac{\underline{V}_{Bn}}{\underline{Z}_B} \quad e \quad \underline{I}_c = \frac{\underline{V}_{Cn}}{\underline{Z}_C}$$

Correntes de linhas com valores eficazes distintos e não defasados em 120^0

$$\underline{I}_{nn'} = \underline{I}_{a'A} + \underline{I}_{b'B} + \underline{I}_{c'C}$$

$\underline{I}_{nn'} \neq 0$, se o centro-estrela estiver aterrado (solidamente ou através de impedância)

$\underline{I}_{nn'} = 0$, se o centro-estrela estiver isolado

Sistemas Trifásicos Desbalanceados

Sistema com fontes simétricas mas cargas desbalanceadas ($\underline{Z}_A$, $\underline{Z}_B$ e $\underline{Z}_C$ são diferentes) ligadas em Y

- Tensões de linha:

$$\boxed{\underline{V}_{AB} = \underline{V}_{An} - \underline{V}_{Bn} \neq \sqrt{3}\,\underline{V}_{An} \angle 30^0}$$

$$\Downarrow$$

Tensões de fase na carga com valores eficazes distintos e não defasados em 120^0

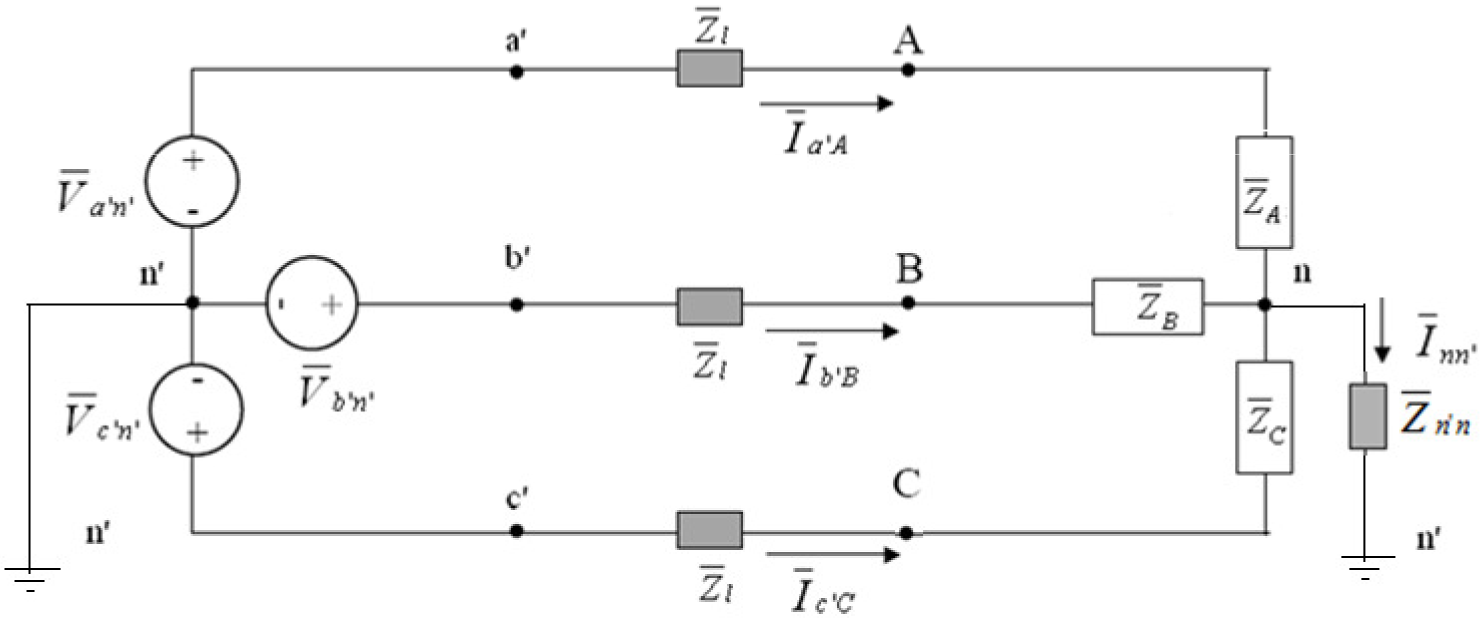
Tensão de neutro da carga

- $\underline{V}_{nn'} = 0$, se o centro-estrela estiver aterrado solidamente
- $\underline{V}_{nn'} \neq 0$, se o centro-estrela estiver isolado ou aterrado através de impedância

- A potência trifásica para um sistema desbalanceado será a soma da potência de cada fase !

Sistemas Trifásicos Desbalanceados

Sistema com fontes simétricas mas cargas desbalanceadas ($\underline{Z}_A$, $\underline{Z}_B$ e $\underline{Z}_C$ são diferentes) ligadas em Y



Como calcular a corrente do neutro da carga?

Como calcular a tensão de deslocamento do neutro da carga?

Sistemas Trifásicos Desbalanceados

Sistema com fontes simétricas mas cargas desbalanceadas ($\underline{Z}_A$, $\underline{Z}_B$ e $\underline{Z}_C$ são diferentes) ligadas em Y

<u>LKT</u> – para cada malha

$$\overline{V}_{a'n'} = (\overline{Z}_l + \overline{Z}_A)\cdot \overline{I}_{a'A} + \overline{Z}_{n'n}\cdot \overline{I}_{nn'}$$

$$\overline{V}_{b'n'} = (\overline{Z}_l + \overline{Z}_B)\cdot \overline{I}_{b'B} + \overline{Z}_{n'n}\cdot \overline{I}_{nn'}$$

$$\overline{V}_{c'n'} = (\overline{Z}_l + \overline{Z}_C)\cdot \overline{I}_{c'C} + \overline{Z}_{n'n}\cdot \overline{I}_{nn'}$$

<u>Equações das correntes de linha</u>:

$$\overline{I}_{a'A} = \frac{\overline{V}_{a'n'} - \overline{Z}_{n'n}\cdot \overline{I}_{nn'}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_A)}$$

$$\overline{I}_{b'B} = \frac{\overline{V}_{b'n'} - \overline{Z}_{n'n}\cdot \overline{I}_{nn'}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_B)}$$

$$\overline{I}_{c'C} = \frac{\overline{V}_{c'n'} - \overline{Z}_{n'n}\cdot \overline{I}_{nn'}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_C)}$$

<u>Equação da corrente na linha *nn*'</u>:

$$\overline{I}_{nn'} = \frac{\dfrac{\overline{V}_{a'n'}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_A)} + \dfrac{\overline{V}_{b'n'}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_B)} + \dfrac{\overline{V}_{c'n'}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_C)}}{1 + \dfrac{\overline{Z}_{n'n}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_A)} + \dfrac{\overline{Z}_{n'n}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_B)} + \dfrac{\overline{Z}_{n'n}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_C)}}$$

Sistemas Trifásicos Desbalanceados

Sistema com fontes simétricas mas cargas desbalanceadas ($\underline{Z}_A$, $\underline{Z}_B$ e $\underline{Z}_C$ são diferentes) ligadas em Y

<u>Tensão de deslocamento de Neutro ou Tensão do centro-estrela</u>

$$\overline{V}_{nn'} = \overline{Z}_{n'n} \cdot \overline{I}_{nn'}$$

$$\overline{V}_{nn'} = \overline{Z}_{n'n} \cdot \frac{\dfrac{\overline{V}_{a'n'}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_A)} + \dfrac{\overline{V}_{b'n'}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_B)} + \dfrac{\overline{V}_{c'n'}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_C)}}{1 + \dfrac{\overline{Z}_{n'n}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_A)} + \dfrac{\overline{Z}_{n'n}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_B)} + \dfrac{\overline{Z}_{n'n}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_C)}}$$

$$\overline{V}_{nn'} = \overline{Z}_{n'n} \cdot \frac{\dfrac{\overline{V}_{a'n'}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_A)} + \dfrac{\overline{V}_{b'n'}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_B)} + \dfrac{\overline{V}_{c'n'}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_C)}}{1 + \dfrac{\overline{Z}_{n'n}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_A)} + \dfrac{\overline{Z}_{n'n}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_B)} + \dfrac{\overline{Z}_{n'n}}{(\overline{Z}_l + \overline{Z}_C)}}$$

Medição de Potência Trifásica

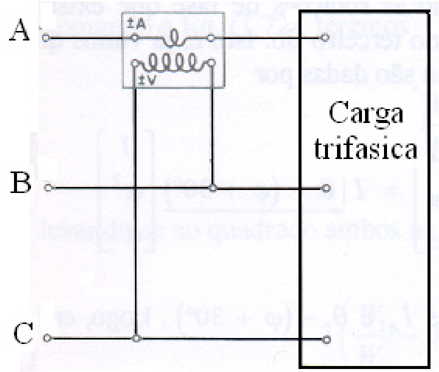
- A potência média trifásica em uma carga é medida utilizando wattímetros

  - Medição de um wattímetro p/ sistema monofásico:

$$P = R_e\{\underline{V} \cdot \underline{I}^*\} = R_e\{V_{ef}\angle\theta_v \cdot I_{ef}\angle-\theta_i\} = R_e\{V_{ef} \cdot I_{ef}\angle(\theta_v - \theta_i)\}$$

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\theta_v - \theta_i) = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\varphi)$$

- Sistemas Balanceados:
  - Um único wattímetro é suficiente para medir a potência trifásica, já que P1 = P2 = P3 e a potência média é três vezes a leitura do wattímetro
  - A potência reativa pode ser medida



$$W_1 = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

Medição de Potência Trifásica

- A potência média trifásica em uma carga é medida utilizando wattímetros

  \- Medição de um wattímetro p/ sistema monofásico:

$$P = R_e\{\underline{V} \cdot \underline{I}^*\} = R_e\{V_{ef}\angle\theta_v \cdot I_{ef}\angle -\theta_i\} = R_e\{V_{ef} \cdot I_{ef}\angle(\theta_v - \theta_i)\}$$

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\theta_v - \theta_i) = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\varphi)$$

- Sistemas Balanceados:
  - Um único wattímetro é suficiente para medir a potência trifásica, já que P1 = P2 = P3 e a potência média é três vezes a leitura do wattímetro
  - A potência reativa pode ser medida

- Sistemas Desbalanceados:
  - Método dos três wattímetros;
  - Método dos dois wattímetros.

Medição de Potência Trifásica

- Sistemas Desbalanceados:

• Método dos três wattímetros
  – Funcionará independentemente do tipo de conexão da carga (Y ou Δ);
  – Funciona também em sistemas balanceados;
  – Adequado em sistemas no qual o fator de potência varia constantemente
  – Potência ativa trifásica:

$$\boxed{P_t = P_1 + P_2 + P_3}$$

  – O ponto comum, ou de referência “o”, pode ser conectado arbitrariamente, entretanto, se estiver conectado em uma das fases, um dos três wattímetros irá ler potência nula.

Medição de Potência Trifásica

- Sistemas Desbalanceados:
  - Método dos dois wattímetros

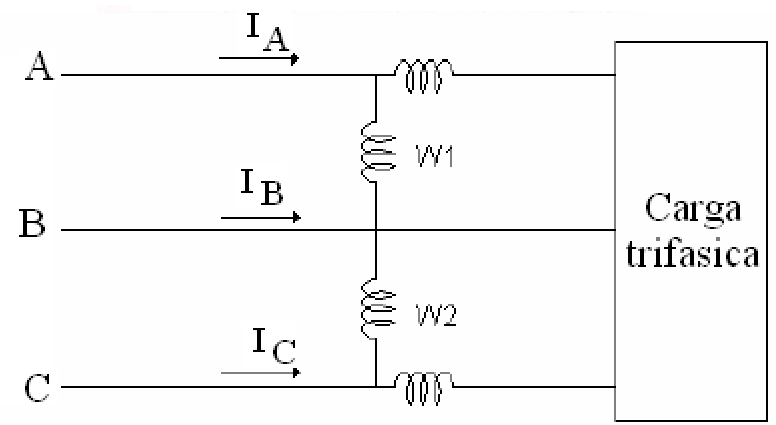


Figura 12: Método dos dois wattímetros

Medição de Potência Trifásica

Sistemas Desbalanceados:

- Método dos dois wattímetros
  - É o método mais utilizado;
  - Os wattímetros devem ser conectados adequadamente.
  - Cada wattímetro não lê a potência individual da fase que está inserido:

$$P_1 = R_e\{\underline{V_{ab}} \cdot \underline{I_a}^*\} \neq R_e\{\underline{V_{an}} \cdot \underline{I_a}^*\}$$

  - Potência ativa trifásica:

$$\boxed{P_t = P_1 + P_2}$$

  - Potência reativa trifásica:

$$\boxed{Q_t = \sqrt{3} \cdot (P_2 - P_1)}$$

Medição de Potência Trifásica

- Sistemas Desbalanceados:
  - Método dos dois wattímetros
    - Potência aparente total:

$$S_t = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2}$$

    - Fator de Potência:

$$\cos\ \varphi = \frac{P_t}{S_t}$$

  - Conclusões importantes:

1. Se P2 = P1, a carga é resistiva;
2. Se P2 > P1, a carga é indutiva;
3. Se P2 < P1, a carga é capacitiva.

Medição de Potência Trifásica

Exercício 4: O método dos dois wattímetros permite as seguintes leituras P1 = 1560W e P2 = 2100 W, quando conectados a uma carga equilibrada conectada em estrela. Sendo $V_{ef\text{-}fase}$ = 220 V, calcule: a) potência trifásica ativa; b) potência trifásica reativa; c) o fator de potência e d) a impedância de fase.

solução:

a) Potência trifásica ativa:

$$\boxed{P_t = P_1 + P_2 = 1560 + 2100 = 3660\,W}$$

b) Potência trifásica reativa:

$$\boxed{Q_t = \sqrt{3} \cdot (P_2 - P_1) = 935{,}3\ VAR}$$

Medição de Potência Trifásica

solução:

c) Fator de potência:

$$\varphi = tg^{-1}\left(\frac{Q_t}{P_t}\right) = g^{-1}\left(\frac{935,3}{3660}\right) = 14,33^0$$

$$\boxed{\cos\ \varphi = 0,9689}$$

Como P2 > P1, a carga é indutiva.

d) Impedância de fase:

$$\underline{Z_p} = Z_p \angle \varphi = Z_p \angle\ 14,33^0$$

$$Z_p = V_p / I_p$$

$$I_p = \frac{P_p}{V_p \cdot \cos\ \varphi} = \frac{1220}{220 \cdot 0,9689} = 5,723\ A$$

$$Z_p = 220 / 5,723 = 38,44\ \Omega$$

$$\boxed{\underline{Z_p} = 38,44 \angle\ 14,33^0\ \Omega}$$

Referências:

[1] Alexander, C.K.; Sadiku, M.N.O. “Fundamentos de Circuitos Elétricos”. Editora McGrawn-Hill. Porto Alegre, 2000.

[2] Oliveira, C.C.B.; Schmidt, H.P.; Kagan, N.; Robba, E.J. “Introdução a Sistemas Elétricos de Potência”. Editora Edgard Blucher LTDA. 2ª ed. São Paulo, 2000.