

CC33D/EP35A/QM34A – Cálculo Numérico

APS – Lista 00 – Revisão de Cálculo

Problema 1. Mostre que as seguintes equações possuem ao menos uma solução nos intervalos dados:

- a) $x \cos x - 2x^2 + 3x - 1 = 0$, em $[0, 2; 0, 3]$ e $[1, 2; 1, 3]$
- b) $(x - 2)^2 - \ln x = 0$, em $[1, 2]$ e $[e, 4]$
- c) $2x \cos(2x) - (x - 2)^2 = 0$, em $[2, 3]$ e $[3, 4]$

Problema 2. Encontre intervalos contendo ao menos uma solução das seguintes equações:

- a) $x - 3^{-x} = 0$
- b) $4x^2 - e^x = 0$
- c) $x^3 - 2x^2 - 4x + 2 = 0$
- d) $x^3 + 4,001x^2 + 4,002x + 1,101 = 0$

Problema 3. Mostre que $f'(x)$ é zero ao menos uma vez nos intervalos dados:

- a) $f(x) = 1 - e^x + (e - 1)\sin(\pi x/2)$ em $[0, 1]$
- b) $f(x) = (x - 1)\tan x + x \sin \pi x$ em $[0, 1]$
- c) $f(x) = x \sin \pi x - (x - 2)\ln x$ em $[1, 2]$
- d) $f(x) = (x - 2)\sin(x)\log(x + 2)$ em $[-1, 3]$

Problema 4. Encontre $\max_{a \leq x \leq b} |f(x)|$ para as seguintes funções e intervalos dados:

- a) $f(x) = (2 - e^x + 2x)/3$ e $[a, b] = [0, 1]$
- b) $f(x) = (4x - 3)/(x^2 - 2x)$ e $[a, b] = [0, 5; 1]$
- c) $f(x) = 2x \cos(2x) - (x - 2)^2$ e $[a, b] = [2, 4]$
- d) $f(x) = 1 + e^{-\cos(x-1)}$ e $[a, b] = [1, 2]$

Problema 5. Encontre o terceiro polinômio de Taylor para a função $f(x) = \sqrt{x+1}$ com centro em $x_0 = 0$. Aproxime então os valores de $\sqrt{0,5}$, $\sqrt{0,75}$, $\sqrt{1,25}$ e $\sqrt{1,5}$ e compare com os valores exatos.

Problema 6. Encontre o segundo polinômio de Taylor para a função $f(x) = e^x \cos x$ com centro em $x_0 = 0$.

- a) Utilize $P_2(0, 5)$ para aproximar $f(0, 5)$. Encontre um limitante superior para o erro $|f(0, 5) - P_2(0, 5)|$ e compare com o erro real.
- b) Encontre um limite superior para o erro $|f(x) - P_2(x)|$ ao se aproximar f por P_2 em qualquer ponto x no intervalo $[0, 1]$.
- c) Aproxime a integral $\int_0^1 f(x)dx$ por $\int_0^1 P_2(x)dx$.
- d) Encontre um limitante superior para o erro na aproximação do item (c) e compare com o erro real.

Problema 7. Repita o exercício anterior com $x_0 = \pi/6$.

Problema 8. Determine $P_4(x)$ e $R_4(x)$ para as funções abaixo em torno de $x_0 = 0$:

- a) $f(x) = 2x \cos(2x) - (x - 2)^2$
- b) $g(x) = x e^{x^2}$

Problema 9. Estime $f(0, 4) \approx P_4(0, 4)$ no problema anterior, obtenha um limitante para o erro $|f(0, 4) - P_4(0, 4)|$ e compare com o erro real.

Problema 10. Determine o intervalo $[a, b]$ em que a aproximação $\sin x \approx x$ apresenta erro certamente menor que $\varepsilon = 10^{-q}$, sendo q um número real positivo.