

Trabalho de Interpolação Polinomial

Objetivo:

Apresentar e fixar os conceitos e a aplicabilidade de métodos de interpolação polinomial. O presente trabalho possui caráter de *complementação e equiparação* de conteúdo.

Observações:

i. Este trabalho é *opcional* e possui o caráter de *bonificação* – uma nota de zero a dois será atribuída a cada aluno e *adicionada* à nota da primeira avaliação P1 (observando-se o limite de nota máxima 10,0);

ii. As questões e os problemas podem ser resolvidos em grupo: o nome de todos os alunos que *efetivamente* colaboraram na resolução deve ser listado e entregue junto com os exercícios;

iii. Facultará ao professor adicionar (parte de) uma ou mais questões deste trabalho na avaliação substitutiva à P1.

Data de entrega: 18/12/2013 – Local: Departamento Acadêmico de Matemática (DAMAT)

Bibliografia sugerida:

(disponíveis na Biblioteca da UTFPR-PG)

RUGGIERO, Márcia A. G.; LOPES, Vera L. da R. **Cálculo Numérico: aspectos teóricos e computacionais**, 2 ed., São Paulo: Makron Books, 1997.

BURDEN, Richard L.; FAIRES, J. Douglas. **Análise Numérica**, 8 ed., São Paulo: Cengage Learning, 2008.

QUESTÕES

(Peso 4)

Q01. Defina polinômio interpolador (ou polinômio interpolante) e nós de interpolação. Apresente pelo menos duas motivações para a determinação de um polinômio interpolador.

Q02. Enuncie o teorema de existência e unicidade de um polinômio interpolador. Explique a importância de tal teorema.

Q03. Descreva a forma de Lagrange para um polinômio interpolador, assumindo que uma tabela de $n+1$ pares $x_i, f(x_i)$ é dada.

Q04. Descreva a forma de Newton para um polinômio interpolador, assumindo que uma tabela de $n+1$ pares $x_i, f(x_i)$ é dada. Apresente a definição do operador de diferenças divididas (até ordem 3).

Q05. Enuncie pelo menos uma forma de se estimar o erro, ou um limitante para o erro, na interpolação polinomial de uma função $f(x)$ conhecida.

PROBLEMAS

(Peso 6)

P01. Dada a tabela abaixo, calcule $e^{3,1}$ utilizando um polinômio interpolador construído a partir de 2, 3 e 4 pontos convenientemente escolhidos. Faça um gráfico no intervalo $[2,4;3,8]$ de e^x , dos três polinômios obtidos e indique todos os pontos tabelados.

x	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8
e^x	11,02	13,46	16,44	20,08	24,53	29,96	36,59	44,70

P02. Dadas as duas tabelas abaixo, calcule o valor aproximado de x para que $f(g(x))=0,60$ utilizando polinômios interpolantes de grau 2.

w	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9
$f(w)$	0,905	0,819	0,670	0,549	0,449	0,407

x	1	1,2	1,4	1,7	1,8
$g(x)$	0,210	0,320	0,480	0,560	0,780

P03. Construa uma tabela para a função $f(x)=\cos x$ usando os pontos 0,80, 0,90, 1,00, 1,10, 1,20 e 1,30. Obtenha todos os polinômios de grau 3 possíveis utilizando valores sequenciais de x para estimar $\cos(1,07)$ e forneça o limitante superior para o erro em todos os casos. Faça um gráfico da função $f(x)$ e dos polinômios obtidos no intervalo $[0,80, 1,20]$.

P04. Demonstre que o polinômio interpolador de grau n de uma função $f(x)$ é idêntico à função $f(x)$ quando esta é um polinômio de grau n . Elabore um exemplo com um polinômio de grau 2 e verifique tal resultado.

P05. Sendo $p_n(x)=\sum_{k=0}^n L_k(x) f(x_k)$ o polinômio que interpola $f(x)$ em $x_0, x_1, \dots, x_n$, na forma de Lagrange, mostre que $\sum_{k=0}^n L_k(x)=1, \forall x$. Dica: interpole a função $f(x)=1$.

P06. Seja $p_n(x)$ o polinômio de grau menor ou igual a n que interpola $f(x)$ em $x_0, x_1, \dots, x_n$, escrito na forma de Newton.

- Escreva um algoritmo para avaliar $p_n(w)$ com $w \in [x_0, x_n]$.
- Dada a tabela abaixo, obtenha uma aproximação para $f(0,60)$ utilizando um polinômio de grau 4. Obtenha tal polinômio pelo algoritmo escrito no item (a).
- Faça um gráfico do polinômio interpolador obtido no intervalo $[0, 1,5]$.

x	0	0,2618	0,5234	0,7854	1,0472	1,3090
$f(x)$	0	1,0353	2	2,8284	3,4641	3,8637