

Circuitos Aritméticos

Nikolas Libert

nikolaslibert@utfpr.edu.br

Aula 8

Eletrônica Digital ET52C

Tecnologia em Automação Industrial



Circuitos Aritméticos

- Circuitos combinacionais.
- Utilizados para construção da ULA (Unidade Lógica Aritmética) de microcontroladores.
- Disponíveis em circuitos integrados comerciais.
- Principais circuitos:
 - Somador
 - Subtrator
 - Somador/Subtrator

Circuito Meio Somador

- Realiza a soma de duas variáveis de 1 bit. O resultado é de 1 bit.

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 0 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ + 1 \\ \hline 10 \end{array}$$

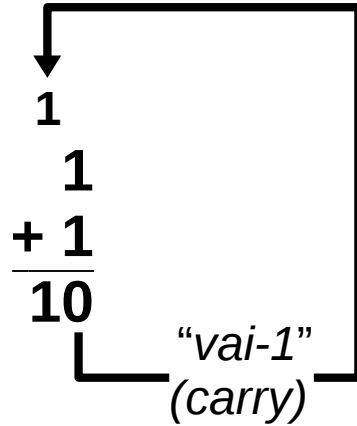
“vai-1”
(carry)

- Deve indicar quando o resultado não pode ser representado por um único bit.
 - Sinal de “vai-1” ou *carry*.

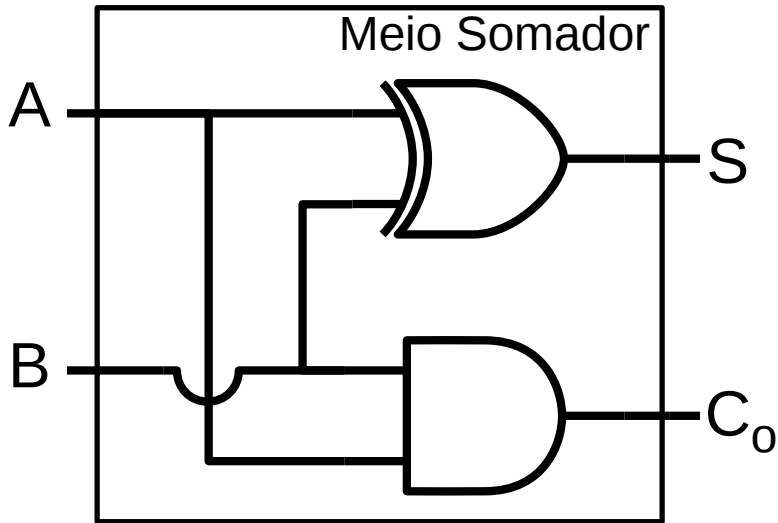
Meio Somador



cA	0	0	1
+ B	+ 0	+ 1	+ 0
CS	0	1	1



Entrada		Saída	
A	B	S	C ₀
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1



A: Operando 1
 B: Operando 2
 S: Saída
 C₀: Carry out ("vai-1")

Somador Completo

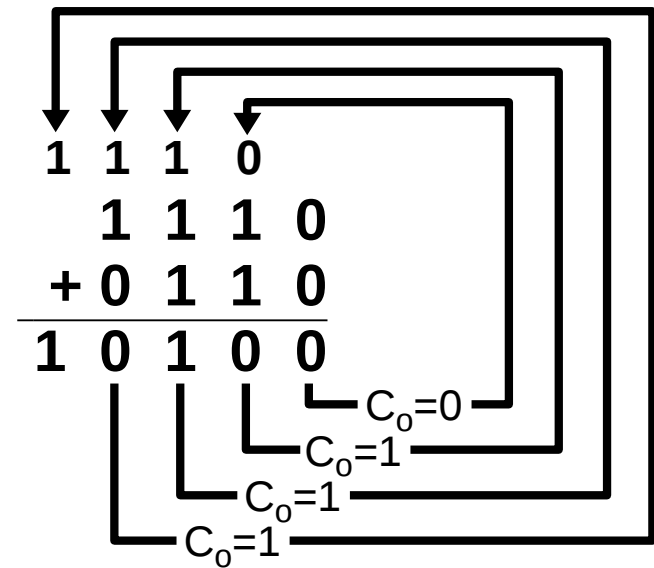
- Necessário para soma de números de mais de 1 bit.

- Circuito modular:

- Uma célula somadora por bit.

- Realiza a soma entre três bits:

- Dois de entrada e um de *carry* (“vai-1”) do estágio anterior.

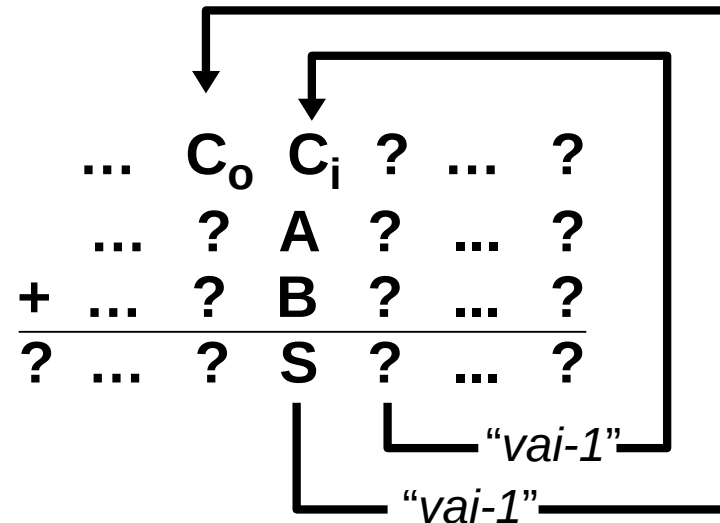


Somador Completo



A: Operando 1
 B: Operando 2
 C_i : *Carry in* (entrada)
 S: Saída
 C_o : *Carry out* (saída)

Entrada			Saída	
A	B	C_i	S	C_o
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



Somador Completo



Entrada			Saída	
A	B	C _i	S	C _o
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Saída S:

	\bar{B}	B
\bar{A}	0	1
A	1	0

\bar{C}_i C_i \bar{C}_i

$$S = A \oplus B \oplus C_i$$

- Não é simplificável por portas lógicas básicas. Pode ser representada por portas XOR.

- Como um circuito de paridade com saída invertida.

Saída C_o:

	\bar{B}	B
\bar{A}	0	1
A	1	1

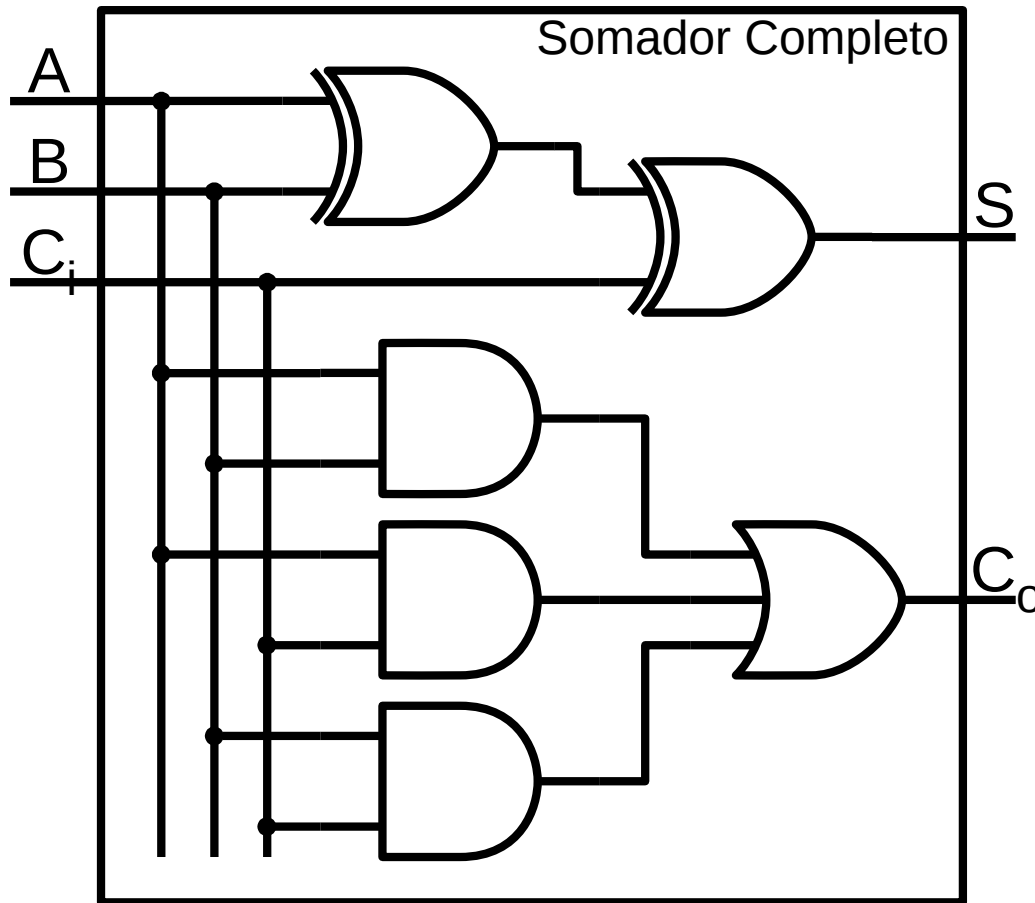
\bar{C}_i C_i \bar{C}_i

$$C_o = AB + AC_i + BC_i$$

Somador Completo

$$S = A \oplus B \oplus C_i$$

$$C_o = AB + AC_i + BC_i$$

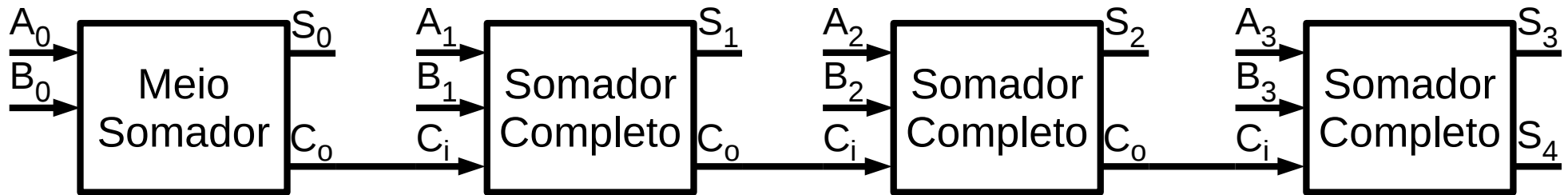


Entrada			Saída	
A	B	C _i	S	C _o
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Somador Completo

- Exemplo de circuito para soma de números de 4 bits.

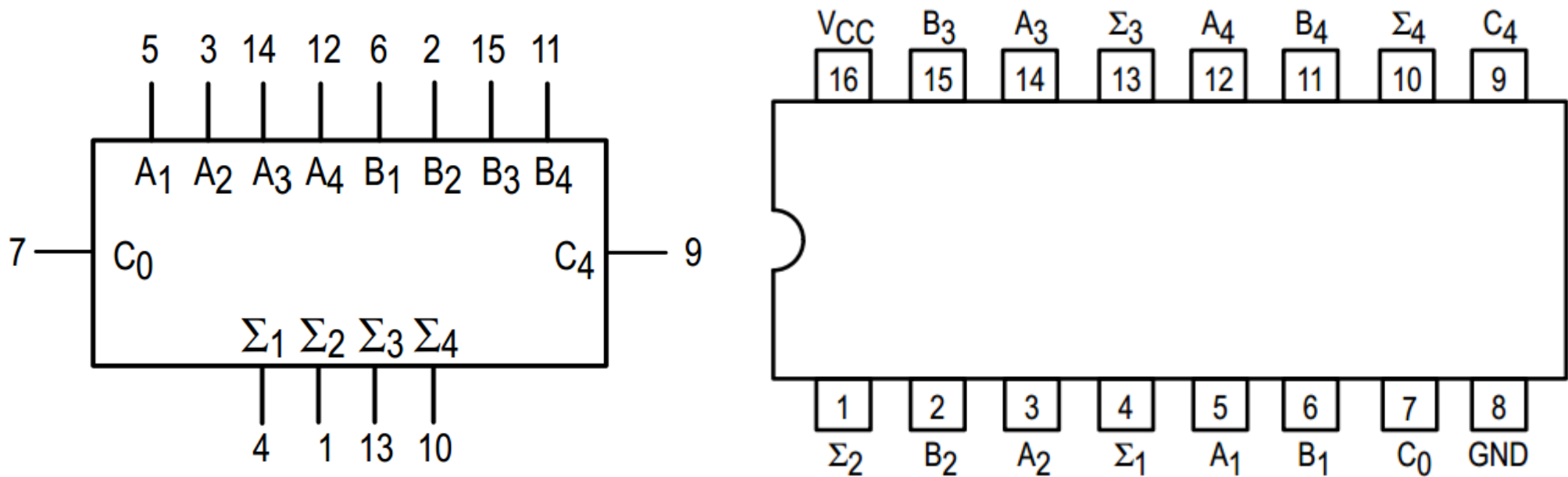
$$\begin{array}{r} A_3 \ A_2 \ A_1 \ A_0 \\ + \ B_3 \ B_2 \ B_1 \ B_0 \\ \hline S_4 \ S_3 \ S_2 \ S_1 \ S_0 \end{array}$$



Somador Completo de 4 bits

■ CI Dedicado

- 74LS83 e 74LS283
- Já possuem interligações internas para soma de 4 bits.
- O “*carry in*” do primeiro bit é acessível por um pino. Isso possibilita o cascadeamento de somadores.



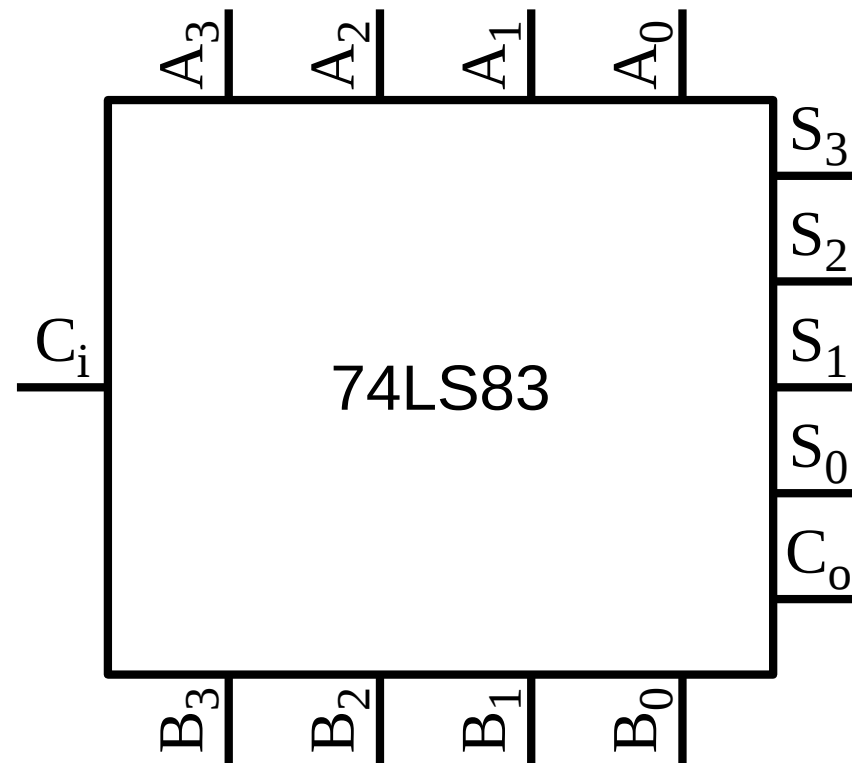
Somador Completo de 4 bits

■ Ache a saída do circuito para as entradas abaixo:

- $A=13$
- $B=3$
- $C_i=1$

$$A=A_3A_2A_1A_0$$

$$B=B_3B_2B_1B_0$$



$$R.: C_0S_3S_2S_1S_0 = 0b10001$$

Circuito Meio Subtrator

- Realiza a subtração de duas variáveis de 1 bit. O resultado é de 1 bit.

$$\begin{array}{r} 0 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} -1 \ 0 \\ - 1 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ - 0 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ - 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

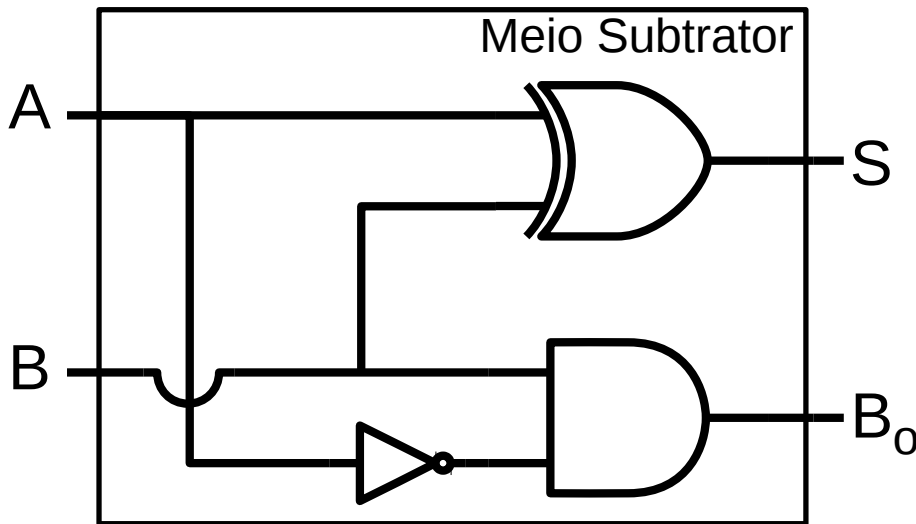
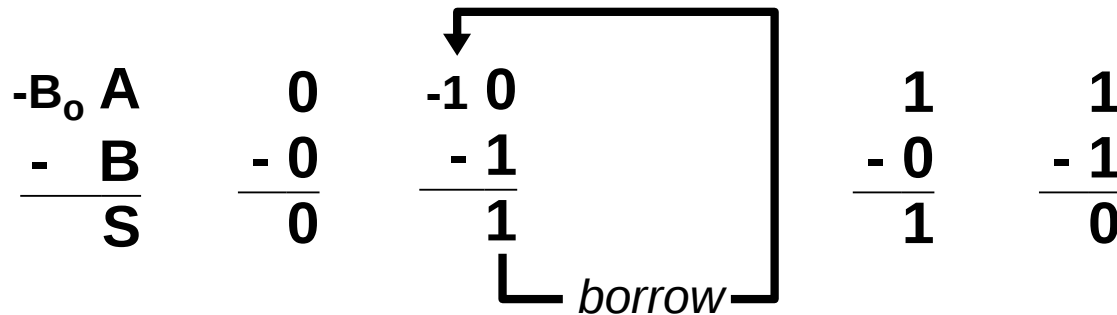
“empresta-1”
(borrow)

- Deve indicar quando a conta só é possível com o “*empréstimo*” de 1 bit.
 - Sinal de “*empresta-1*” ou *borrow*.

Meio Subtrator



Entrada		Saída	
A	B	S	B ₀
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0



A: Operando 1
 B: Operando 2
 S: Saída
 B₀: Borrow out (“empresta-1”)

Subtrator Completo

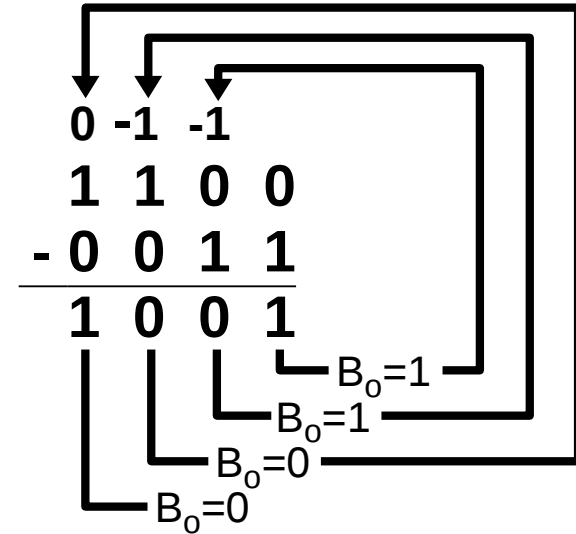
- Necessário para subtração de números de mais de 1 bit.

- Circuito modular:

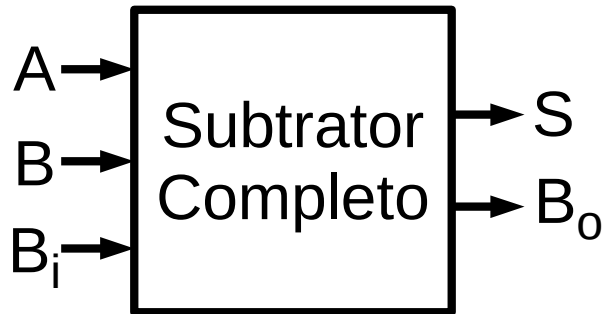
- Uma célula subtratora por bit.

- Realiza a subtração com três bits:

- Dois de entrada e um de *borrow* (“empresta-1”) do estágio anterior.

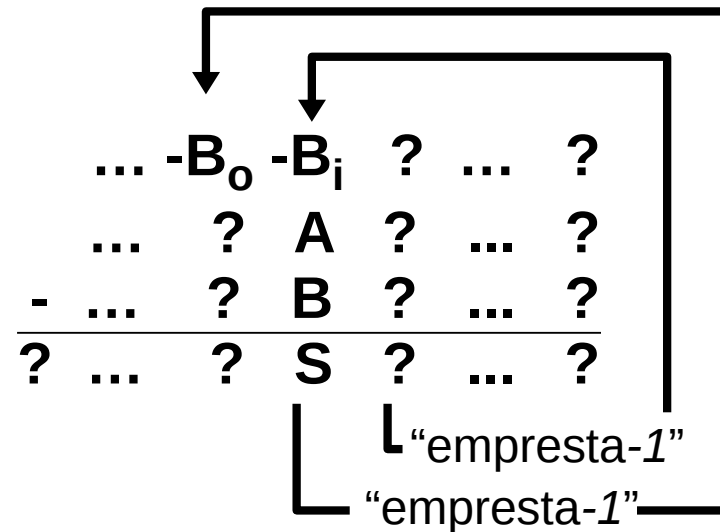


Subtrator Completo

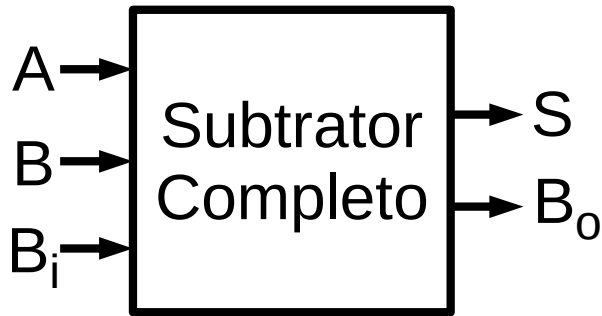


A: Operando 1
 B: Operando 2
 B_i: *Borrow in* (entrada)
 S: Saída
 B_o: *Borrow out* (saída)

Entrada			Saída	
A	B	B _i	S	B _o
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1



Subtrator Completo



Saída S:

	\bar{B}	B	
\bar{A}	0	1	0
A	1	0	1
	\bar{B}_i	B_i	\bar{B}_i

$$S = A \oplus B \oplus B_i$$

- Não é simplificável por portas lógicas básicas. Pode ser representada por portas XOR.

- Como um circuito de paridade com saída invertida.

Entrada			Saída	
A	B	B_i	S	B_o
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Saída B_o :

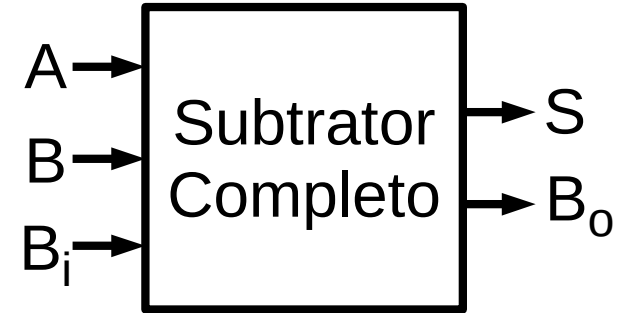
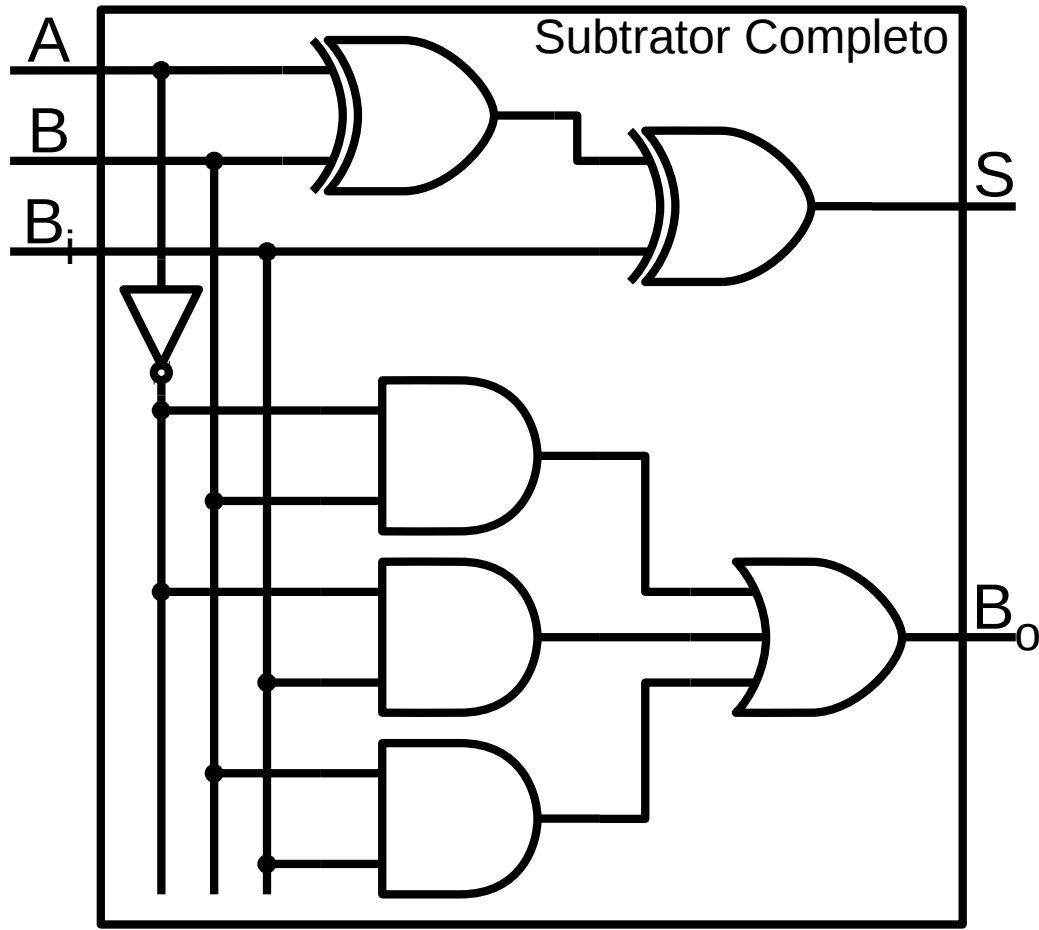
	\bar{B}	B	
\bar{A}	0	1	1
A	0	0	1
	\bar{B}_i	B_i	\bar{B}_i

$$B_o = \bar{A}B + \bar{A}B_i + BB_i$$

Subtrator Completo

$$S = A \oplus B \oplus B_i$$

$$B_o = \bar{A}B + \bar{A}B_i + BB_i$$

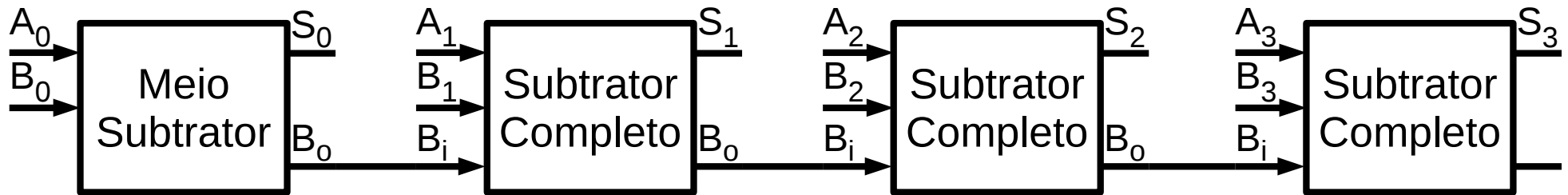


Entrada			Saída	
A	B	B _i	S	B _o
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Subtrator Completo

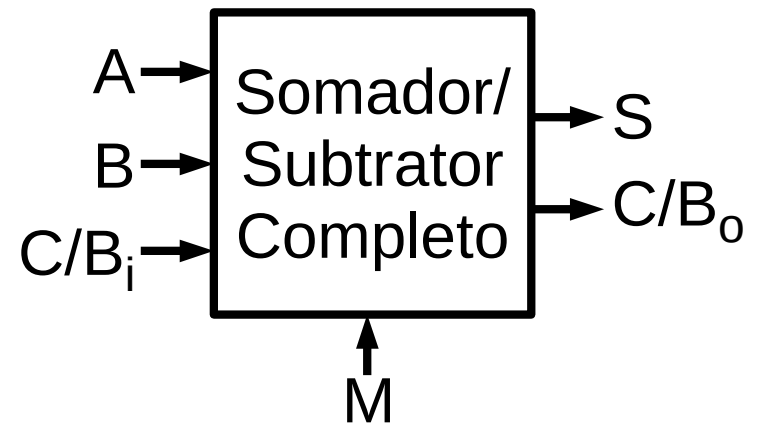
- Exemplo de circuito para subtração de números de 4 bits.

$$\begin{array}{r} A_3 \ A_2 \ A_1 \ A_0 \\ - \ B_3 \ B_2 \ B_1 \ B_0 \\ \hline S_3 \ S_2 \ S_1 \ S_0 \end{array}$$

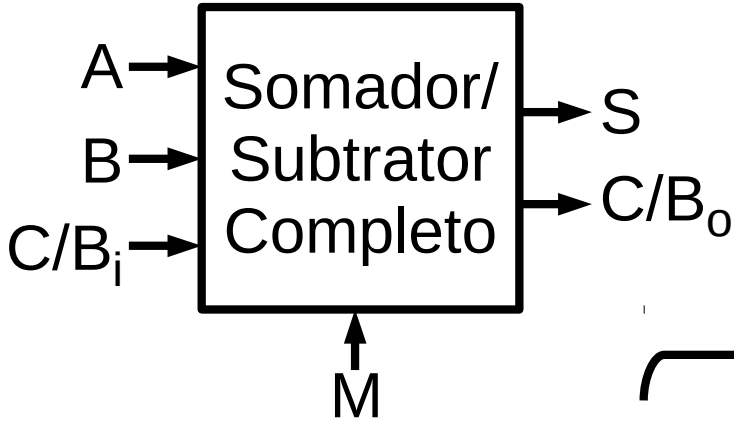


Somador/Subtrator Completo

- Efetua operação de soma ou subtração.
- Pino adicional de controle:
 - Nível Alto: Subtração.
 - Nível Baixo: Adição.



Somador/Subtrator Completo



Somador
 $M=0$

Subtrator
 $M=1$

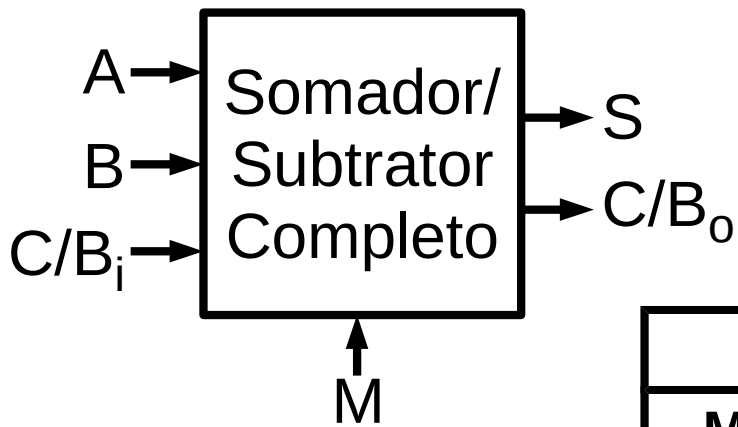
Entrada			Saída	
A	B	C_i	S	C_o
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Entrada			Saída	
A	B	B_i	S	B_o
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

A saída S é igual para os dois casos!
Não depende de M .

A função que representa S continua a mesma.

Somador/Subtrator Completo



Saída C/B_o :

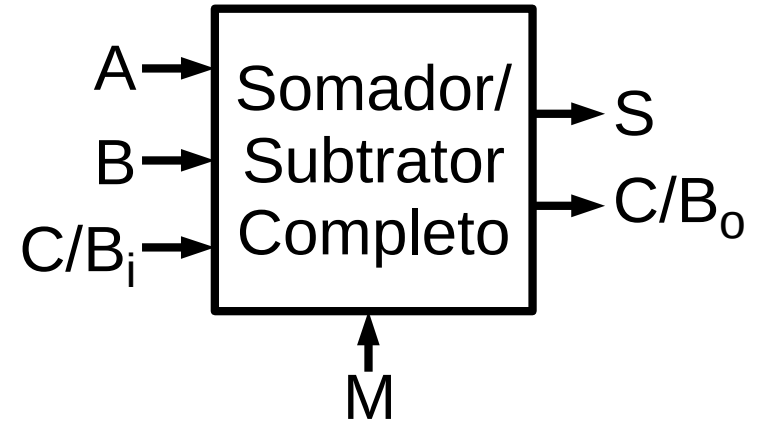
	\bar{C}	C	
\bar{A}	0	0	\bar{B}
\bar{A}	0	1	\bar{B}
A			\bar{B}
A			\bar{B}
	\bar{D}	D	\bar{D}

Entrada				Saída	
M	A	B	C/B_i	S	C/B_o
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1
...				...	
A	B	C	D		

Soma Completa
 $M=0$

Somador/Subtrator Completo

Entrada				Saída	
M	A	B	C/B _i	S	C/B _o
...				...	
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1
A	B	C	D		



Subtração
Completa
M=1

Saída C/B_o:

	\bar{C}	C	
\bar{A}	0	0	1
A	0	1	1
\bar{A}	0	0	1
A	0	1	1

Labels: \bar{C} , C, \bar{B} , B, \bar{D} , D, \bar{D}

$$C/B_o = \bar{A}\bar{B}D + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + CD$$

$$C/B_o = CD + C(\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B) + D(\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B)$$

$$C/B_o = CD + C(A \oplus B) + D(A \oplus B)$$

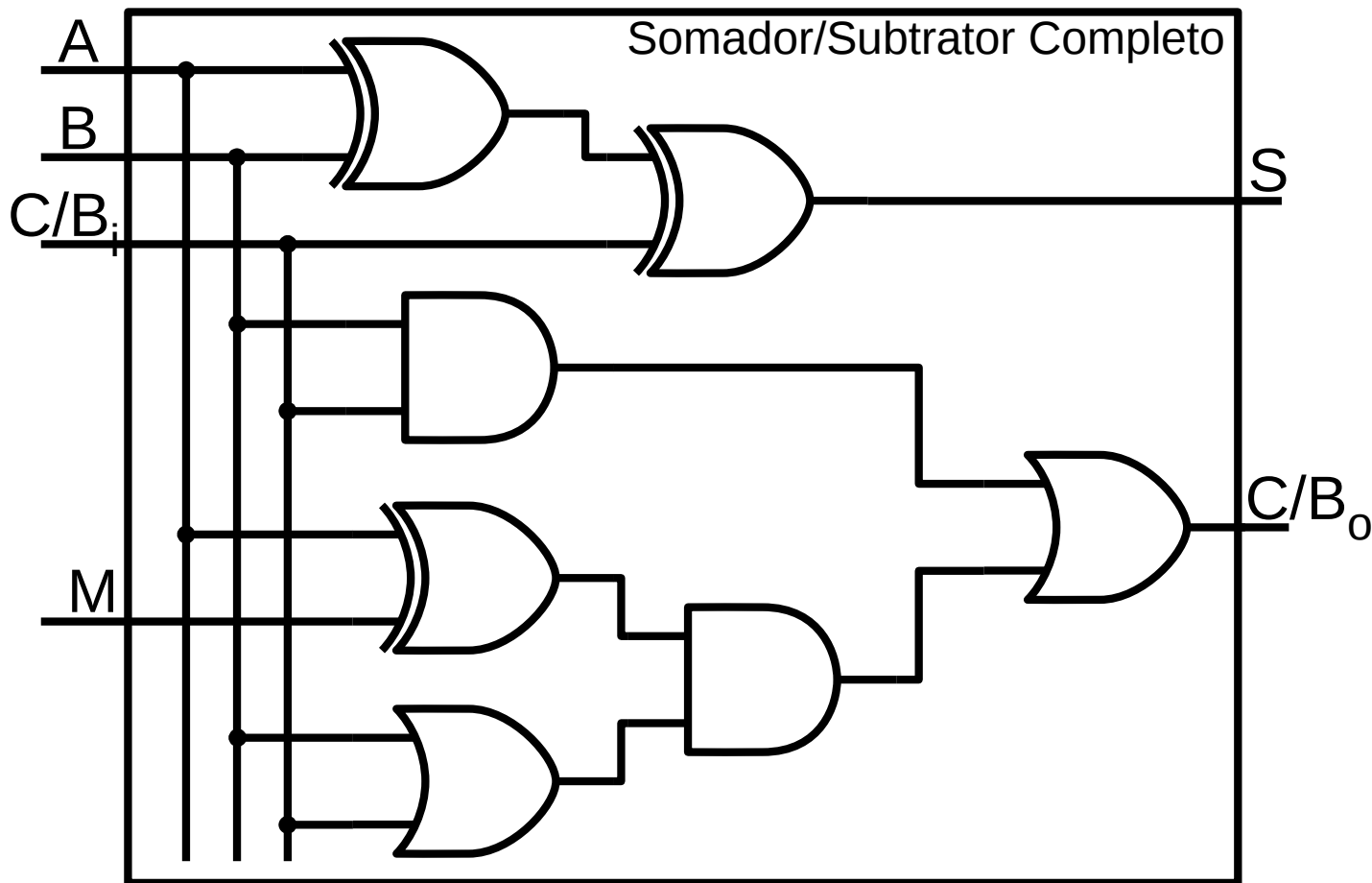
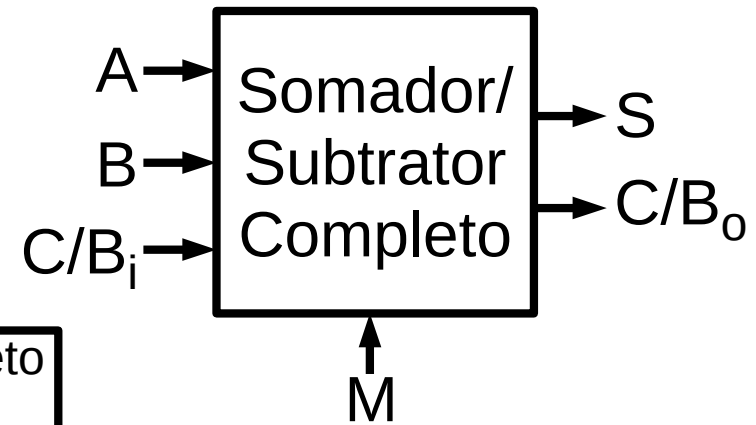
$$C/B_o = CD + (A \oplus B)(C + D)$$

$$\Rightarrow C/B_o = B[C/B_i] + (M \oplus A)(B + [C/B_i])$$

Somador/Subtrator Completo

$$S = A \oplus B \oplus [C/B_i]$$

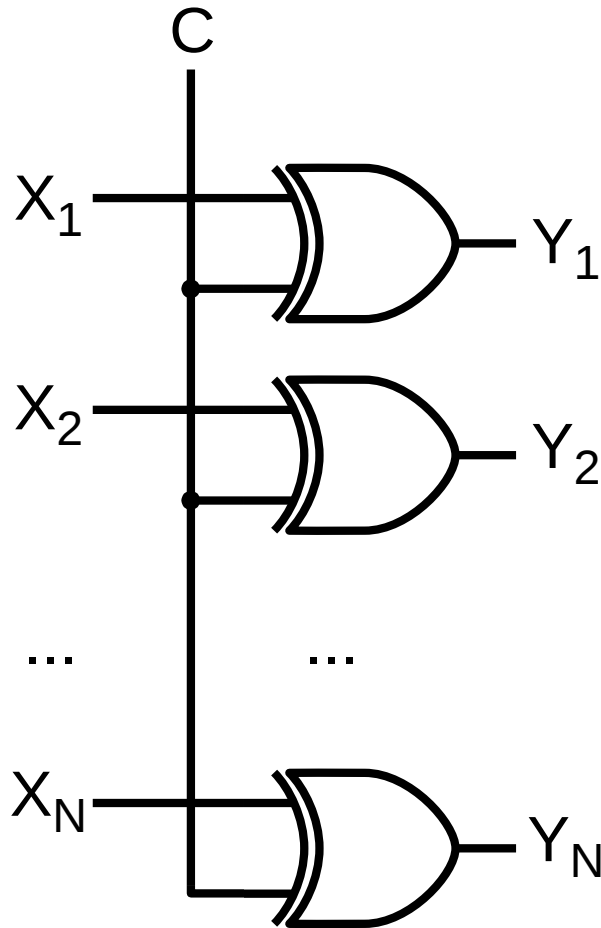
$$C/B_0 = B[C/B_i] + (M \oplus A)(B + [C/B_i])$$



Complemento de dois

- Na prática, subtrações são feitas utilizando complemento de dois.
- Um número positivo é somado a um negativo, representado na notação complemento de 2.
- Ex.:
 - Notação normal (números positivos)
 $6 = 0b0110$
 - Notação em Complemento de dois.
 $-6 = 0b1001 + 0b0001 = 0b1010$ (Inverte-se os bits e soma-se 1)

- Porta XOR utilizada como uma porta inversora controlada.



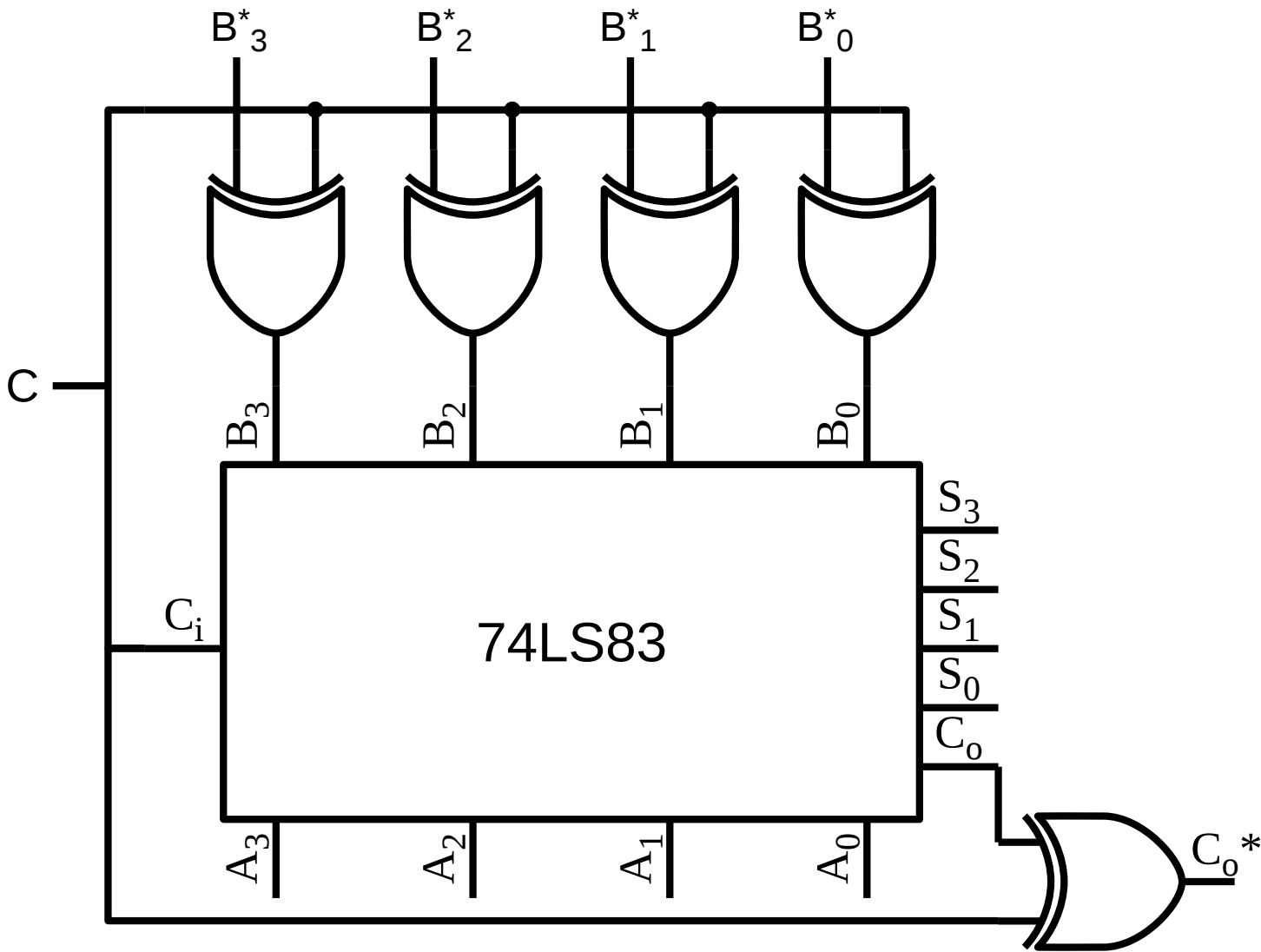
Quando o sinal de controle C estiver em nível lógico alto, as saídas serão o inverso das entradas.

■ O que ocorre quando C está em nível alto?

Ache as saídas para:

(a) $C=1$, $A=13$ e $B^*=5$

(b) $C=1$, $A=13$ e $B^*=14$



R.: $C_o^*S_3S_2S_1S_0 = 0b01000$

R.: $C_o^*S_3S_2S_1S_0 = 0b11111$

- IDOETA, I. V., CAPUANO, F. G. *Elementos de Eletrônica Digital*, 41^a Edição, Érica, São Paulo, 2013.